

Actividad de aprendizaje 5: Aplicaciones de la trigonometría a la electricidad

OA 3: Construir modelos de situaciones o fenómenos de crecimiento, decrecimiento y periódicos que involucren funciones potencia de exponente entero y trigonométricas $\text{sen}(x)$ y $\text{cos}(x)$, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

OA e. Construir modelos realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.

OA f. Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos

PREGUNTAS ESENCIALES

- ¿Qué características debe tener un fenómeno para que la función seno sea un modelo adecuado para él?

-- ¿De qué forma las herramientas digitales ayudan a comprender las características y comportamiento de las funciones potencia, seno y coseno?

PROPÓSITO

Estas actividades se enfocan en la aplicación de modelos trigonométricos simples y otros funcionales. Ambas permiten abordar resolución de problemas en el ámbito de la electricidad.

DURACIÓN	CONEXIÓN
Actividad individual: 2 horas pedagógicas Actividad colaborativa: 1 hora pedagógica	Vinculación con fenómenos de acción a distancia en electricidad y de carácter ondulatorio. Vinculación con el círculo goniométrico y su relación con las funciones trigonométricas $\text{sen}(x)$ y $\text{cos}(x)$.

CONTEXTO

Un motor eléctrico es una máquina con una amplia gama de utilidades. En principio un motor eléctrico se utiliza para convertir una energía eléctrica en una energía mecánica.

El motor eléctrico es una máquina eléctrica rotatoria compuesta por un estator⁶ y un rotor⁷. Es un dispositivo que convierte la energía eléctrica en energía mecánica por medio de la acción de los campos magnéticos generados en sus bobinas o viceversa, produciendo energía eléctrica si una energía mecánica mueve su rotor.



Estator



Rotor

Lo anterior constituye la base del funcionamiento de los motores y se basa en dos principios físicos relacionados entre sí:

- El primero es el principio de inducción descubierto por el científico e inventor británico Michael Faraday en 1831. Consiste en que, si un conductor se mueve a través de un campo magnético, o si está situado en las proximidades de un circuito de conducción fijo cuya intensidad puede variar, se establece o se induce una corriente en el conductor.
- El principio opuesto a este fue observado en 1820 por el físico francés André Marie Ampère. Si una corriente pasaba a través de un conductor dentro de un campo magnético, este ejercía una fuerza mecánica sobre el conductor.

El medio de esta transformación de energía en los motores eléctricos es el campo magnético. Existen diferentes tipos de motores eléctricos y cada tipo tiene distintos componentes cuya estructura determina la interacción de los flujos eléctricos y magnéticos que originan la fuerza o par de torsión del motor.

Algunos de los motores eléctricos son reversibles, es decir, pueden convertir energía mecánica en energía eléctrica funcionando como generadores eléctricos, o como dínamo, produciendo movimiento rotatorio si son alimentados eléctricamente. Los motores eléctricos de tracción usados en locomotoras o en automóviles híbridos realizan a frecuentemente ambas tareas, si se diseñan adecuadamente.



⁶Es la parte fija del motor, compuesta por la carcasa de acero que contiene al núcleo magnético del devanado estatórico o inductor. Sirve para proteger y disipar el calor generado dentro del motor a través de sus aletas. El núcleo estatórico está compuesto por un conjunto de chapas de hierro apiladas, formando un cilindro hueco, en cuyo interior se alojará el rotor (adaptado de <http://kimerius.com/app/download/5783168215/Motores+el%C3%A9ctricos.pdf>).

⁷Es la parte móvil del motor. Acoplado al eje se sitúa el núcleo que rota, cuya superficie se disponen barras conductoras cortocircuitadas en sus extremos mediante anillos conductores. El eje de giro se sujeta a la carcasa mediante unos cojinetes o rodamientos, y transmiten el par de fuerzas a la carga mediante una transmisión mecánica de tipo engranaje, correa, o cadena, que incluye un embrague y/o freno mecánico.

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

A. ACTIVIDAD INDIVIDUAL

El motor de un electrodoméstico, como una lavadora, por ejemplo, necesita para su funcionamiento de los campos electromagnéticos para originar el movimiento de las “aspas” que mueven el agua. Los fabricantes diseñan el motor para que trabaje a su plena capacidad, pero en la práctica los motores trabajan con una carga en el eje menor para la que fueron diseñados, dando origen al problema de ‘la optimización del uso de la energía eléctrica’. Esto quiere decir que un porcentaje de la potencia (energía) eléctrica suministrada por la empresa respectiva (Potencia aparente) es consumida por el motor se transforma en “trabajo útil” (Potencia activa), pero otro porcentaje se desperdicia en originar campos electromagnéticos que no producen ningún trabajo útil (Potencia reactiva).

El *Factor de Potencia* es la porción de energía que es aprovechada por un equipo o sistema electrónico como luminarias LED, televisiones, computadoras u otro aparato electrónico. Este dato es muy importante para determinar el aprovechamiento energético del equipo y determinar su calidad. Si tomamos el ejemplo de una luminaria LED, la potencia eléctrica total consumida por esta luminaria se llama *Potencia Aparente* (VA), que se compone de la *Potencia Activa* (W) y la *Potencia Reactiva* (VAR)⁸.

Metafóricamente hablando, podemos pensar la igualdad anterior como una taza de café con leche, donde todo el contenido de la taza es la Potencia aparente, la cantidad de café con leche es la Potencia activa y la cantidad de espuma superior es la Potencia reactiva. La razón entre la Potencia aparente (todo el contenido de la taza) y la Potencia activa (el café con leche sin espuma) indica el factor potencia presente.



Figura 1

Por lo tanto, el factor de potencia (*FP*) de un circuito de corriente alterna es la razón entre el valor de la potencia activa (*P*) y la potencia aparente (*S*), cuya expresión matemática es:

$$FP = \frac{P}{S}$$

El factor de potencia (*FP*) mide qué parte de la potencia aparente (en fracción, en decimal o en porcentaje) se convierte en potencia activa, es decir, en trabajo útil.

Si un sistema eléctrico funciona con una eficacia del 100%, o sea que toda la energía consumida es aprovechada, el factor de potencia será 1 (el máximo). Si un sistema eléctrico sólo logra el aprovechamiento de un 50% de la energía, su factor potencia será de 0,50. En la Figura 2 se aprecia que si la Potencia reactiva es cero el factor de potencia es 1 (Potencia aparente y activa son iguales), lo que implica que estamos aprovechando la energía en un

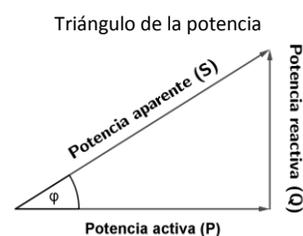


Figura 2

⁸La potencia activa *P* se mide en watts “W”; la potencia reactiva *Q* se mide en volt-ampère reactivo “VAR”; y la potencia aparente *S* se mide en volt-ampère “VA”.

100%. Cualquier otro factor, ya sea inductivo o capacitivo, provocará pérdidas.

1. La potencia activa (P) y la potencia reactiva (Q) forma parte del triángulo de la potencia. Determina la potencia aparente (S), sabiendo que el triángulo es rectángulo.
2. Si en una instalación eléctrica de un local comercial se sabe que la potencia aparente S es de 4 kW y la potencia activa P es de 3,5 kVAR, el factor de potencia FP .
3. Se sabe que la potencia activa P de la alimentación de energía eléctrica de una pequeña fábrica es de 15 kW y el factor de potencia FP es de 0,9. Determina la potencia aparente.
4. La potencia activa P de 4 kW y la potencia reactiva Q es de 0,25 kVAR son conocidas en un establecimiento comercial. Determina la potencia aparente S y el factor de potencia FP .
5. Una cuenta de consumo eléctrico de una empresa dice que el factor de potencia $FP = 0,82$ y se calculó que la potencia activa (P) de todos los artefactos es de 5,5 kW. Determinar la potencia aparente (S) y la potencia reactiva (Q).
6. El factor de potencia es equivalente al coseno del ángulo (φ) formado por la potencia activa P y la potencia aparente S (como se ve en el Triángulo de la Potencia). Por ello, $\cos(\varphi) = \frac{P}{S}$. Determina la potencia aparente si $\cos(\varphi) = 0,88$.
7. El año 1998, la Super Intendencia de electricidad y Combustibles⁹ emite el oficio N°03487 (basado en el decreto N°300 del ministerio de Economía, Fomento y Reconstrucción), donde regula la cantidad mínima de factor de potencia que debe tener una instalación eléctrica antes de ser penalizada (Ver Figura 3). El límite es de 0,93, y se multa en un 1% de la cuenta por cada centésima que el factor de potencia baja de este valor.
 - a. Determina si una instalación que registra una potencia aparente de 35kW y tiene una activa de 31,5kW, está dentro de la normativa de la SEC.
 - b. Una cuenta de electricidad de un taller mecánico es de \$423.000. Si la potencia conectada del taller es de 25kW y la potencia activa promedio en un mes es de 22kW, ¿tendrá que pagar recargo en la facturación que le llegará?
 - c. Si se tiene un consumo de 50kW, ¿cuál es la potencia activa mínima que se debe tener para no tener recargo?



Figura 3

De acuerdo con lo establecido en el artículo 1, numeral 4.6.2, del Decreto N° 300, antes citado, la facturación por consumos efectuados en instalaciones cuyo factor de potencia medio mensual sea inferior a 0,93 se recargará en 1% por cada 0,01 en que dicho factor baje de 0,93.

⁹<http://www.sec.cl>

- d. Un domicilio sujeto a fórmula tarifaria BT1-T5¹⁰, tiene una potencia conectada de 2,5kW. Una cuenta domiciliaria tiene un consumo de 407kWh. ¿Tendrá recargo la cuenta de electricidad? Justifica la respuesta. Si tiene recargo, ¿cuál sería el monto de dicho recargo?

B. ACTIVIDAD COLABORATIVA

Entre los motores eléctricos que también son generadores, están los trifásicos, los que tienen tres zapatas polares, dotadas de bobinas para la producir la inducción. Cuando gira el rotor magnetizado, que genera un campo magnético variable, generará voltajes alternos inducidos en cada bobina separados en tiempo un tercio ($\frac{1}{3}$) de vuelta (360°), o lo que es lo mismo $360^\circ \cdot \frac{1}{3} = 120^\circ$ de giro. Algo similar a como si existieran tres generadores monofásicos en un mismo cuerpo, cuyos voltajes instantáneos se separan en 120° del giro.

En un sistema generador trifásico, al trabajar con tres fases y el neutro, se pueden obtener dos tensiones diferentes: **230V** entre fase y neutro (que es la habitual) y **400V** entre dos fases. La tensión más elevada se suele utilizar en la industria y para motores. La más baja para uso doméstico y el alumbrado público.

El generador que produce la corriente trifásica se llama alternador y genera tres fuerzas electromotrices (fem = tensiones) en cada fase con los siguientes valores instantáneos:

$$\begin{aligned} T_1 &= T_m \cdot \text{sen}(t) \\ T_2 &= T_m \cdot \text{sen}\left(t - \frac{4\pi}{6}\right) \\ T_3 &= T_m \cdot \text{sen}\left(t - \frac{8\pi}{6}\right) \end{aligned}$$

Esto significa esto que los valores de cada una de las tres tensiones (una de cada fase) están desfasados 120° respecto de la otra en el tiempo (ver Figura 4).

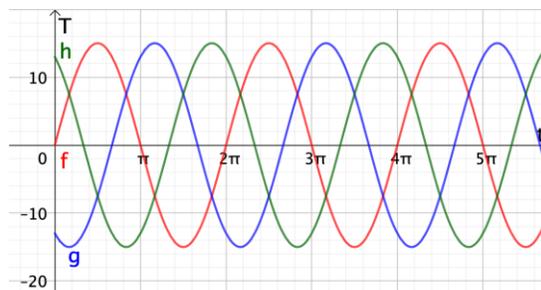


Figura 4

1. Si se tiene una tensión $T_m = 15W$, determinen los valores de tensión para cada fase a los 30 segundos de funcionamiento.
2. Supongan que se tiene una tensión $T_m = 10W$. Determinar, de forma manuscrita, cuando es la primera vez que se tiene que $T_1 = 0$, $T_2 = 0$ y $T_3 = 0$.
3. Si se ha establecido que $T_m = 35W$, ¿cuándo es la primera vez que T_1 y T_2 tienen la misma tensión (o sea que $T_1 = T_2$)? Usen un software como GeoGebra como herramienta.
4. Respecto de la pregunta anterior, ¿cada cuánto tiempo se repite que $T_1 = T_2$? ¿Se puede responder la misma pregunta sin saber el valor de T_m ? Usen un software como GeoGebra como herramienta.

¹⁰La fórmula tarifaria residencial BT1 se usa para medir la energía cuya potencia conectada sea inferior a 10 kW o la demanda sea limitada a 10 kW (http://www.sec.cl/portal/page?_pageid=33,3417541,33_3421567&_dad=portal&_schema=PORTAL).

5. ¿En qué momento se produce por segunda vez que $T_2 = T_3$?; ¿y por tercera vez que $T_1 = T_3$? Usen un software como GeoGebra como herramienta.
6. ¿Es posible que en algún momento ocurra que $T_1 = T_2 = T_3$? Justifiquen su respuesta. Usen un software como GeoGebra como herramienta.
7. Determinen todos los momentos en que $T_1 = T_2$. Escriban la respuesta con notación periódica.
8. Determinen el primer intervalo de tiempo en el que T_1 es máxima, pero T_2 y T_3 son mínimos.

ORIENTACIONES PARA LA ACTIVIDAD DE AULA

1. En la actividad individual, se sugiere sintetizar el modelamiento basado en el triángulo de la potencia como base para la comprensión y uso del factor de potencia, que a su vez se sustenta en el teorema de Pitágoras y en las relaciones trigonométricas básicas de seno, coseno y tangente. El contexto de las actividades individuales propuestas son un ejemplo práctico y actual de aplicación del modelo trigonométrico, que se utiliza de manera normada (por la Superintendencia de Electricidad y Combustibles) en el ámbito de las instalaciones eléctricas y en el consumo eléctrico que se da en ellas.
2. Se sugiere sumar al aprendizaje del modelamiento matemático utilizado en estas actividades individuales, la idea del uso racional de la energía eléctrica, no solo de la manera básica de mantener apagados aparatos que no se estén utilizando, sino también de avanzar en la comprensión de que es importante el rendimiento energético de los aparatos eléctricos y electrónicos, visto como el aprovechamiento útil de la energía eléctrica de ellos en un lugar determinado (conocido como factor de potencia o como $\cos(\phi)$) y que en Chile debe respetar un mínimo regulado de 93% (para no tener recargos en la facturación).
3. Otro punto que se sugiere revisar es la regulación de la tarificación eléctrica que existe, que en estas actividades refiere a las diferentes tarificaciones al consumo eléctrico que se produce en un empalme de baja tensión (como el domiciliario) o en uno de alta tensión (como en el industrial). Información relevante tanto para la ciudadanía no especializada como para los estudiantes que tengan formación técnica asociada al ámbito de la electricidad.
4. En el trabajo colaborativo, se propone una ampliación de la trigonometría visitada en la actividad individual, aplicándola a la generación de electricidad de un motor trifásico en el tiempo, donde se pone en juego el manejo de la concurrencia de tres funciones sinusoidales construidas a partir de la función seno, desfasadas en 120° cada una. En este contexto es que se sugiere que se enfatizen la forma gráfica del desfase, la intersección infinita que se produce entre las funciones trigonométricas debido a su periodicidad y la independencia de esta infinitud de la amplitud de ambas funciones cuando es la misma en las dos.

5. En el trabajo colaborativo se propicia el uso de la tecnología, por lo que se sugiere nivelar a los estudiantes en las herramientas básicas y necesarias para trabajar con el software, especialmente la herramienta **Intersección**, que en el software tiene el icono .
6. Note que la actividad individual se propone para dos horas pedagógicas, debido a la cantidad y profundidad ofrecidas a los estudiantes, por lo que el acompañamiento en esta parte puede ser más intenso, razón por la cual se sugiere que sea reforzado con sugerencias, aclaraciones y profundizaciones plenas al curso.
7. Es conveniente que, tras plantear un problema, deje un lapso para que los estudiantes entiendan la tarea o problema. Luego, permítalos que hagan ensayo-y-error: que experimenten, que conjeturen, que pongan a prueba sus estrategias. Ello les ayudará a entender, preguntarse, cuestionarse si algo no resulta. Para evitar que el ensayo y error se trivialice en “achunte”, pídeles que, si se equivocan, piensen en qué se equivocaron, cuál es la razón de que la estrategia no resulte, que hagan un seguimiento o ruteo de ella hasta encontrar la dificultad.
8. Observe a los jóvenes trabajando. Acérquese si hay preguntas, o si observa a alguno detenido, especialmente si percibe signos de frustración o de no saber cómo actuar, y también a quienes que avanzan y muestran progreso. Ante un estancamiento, evite expresiones generales tales como “tú puedes hacerlo” (el estudiante cree o siente que no puede, y podría permanecer en una situación que no progresa), y prefiera hacer preguntas-sugerencias específicas, relacionadas con la dificultad que el estudiante enfrenta. Aliente y reconozca los logros (de manera pública, más bien hacia el final).
9. Es conveniente preguntarse:
 - Los estudiantes, ¿pudieron enfrentar el problema, tanto en su actividad individual como grupal, primero entendiendo el problema, analizándolo y pensando soluciones, compartiendo en grupo, y desarrollando el modelo (o el problema)?
 - Los estudiantes, ¿exploraron?, ¿persistieron en la búsqueda de la solución?, ¿pudieron encontrar e implementar la solución al problema?, ¿se comunicaron al interior del grupo y entre grupos diferentes?, ¿manejaron bien la frustración?
10. La actividad colaborativa tiene suma importancia para que los estudiantes Representen, Argumenten y comuniquen, Resuelvan problemas y Modelen. Es una muy buena oportunidad para que ellos expresen su propia imaginación y creatividad, arriesguen estrategias, desarrollen su pensamiento matemático.

Observe el trabajo individual y grupal; evite dar las respuestas, y haga –eventualmente, en su lugar– preguntas que los orienten en su discusión y resolución. Al final será la ocasión para una puesta en común en que usted señale los puntos más importantes al curso.

La actividad colaborativa es también una oportunidad para que los estudiantes reparen en sus propias habilidades, dificultades que encuentran, y, más en general, su relación con la Matemática. Para potenciar esa reflexión y experiencia, es conveniente que, al cierre de esa actividad, les haga usted algunas preguntas, al tenor de:

 - ¿cuáles puntos de la actividad les parecieron más difíciles?;
 - ¿cómo se aproximaron al problema?, ¿les sirvió pensar en cómo resolvían un problema puntual, como hicieron en la actividad individual?;
 - ¿les ayudaron las sugerencias de la actividad?, ¿habrían hecho alguna otra sugerencia?;
 - ¿pueden imaginar un problema o situación similar?, ¿pueden generalizar?;

- ¿pueden transferir la situación estudiada a problemas cotidianos?;
- ¿qué les pareció la actividad?;
- ¿dirían que ahora valoran más algún aspecto de la matemática?

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para profesores

- Superintendencia de electricidad y combustibles: <http://www.sec.cl/>
- Sistema trifásico: https://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_trifásico
- Motor eléctrico: https://es.wikipedia.org/wiki/Motor_eléctrico
- Factor de potencia: https://es.wikipedia.org/wiki/Factor_de_potencia

Sitios web sugeridos para estudiantes

- Fórmula tarifaria residencial BT1. Demanda limitada a 10 kW:
http://www.sec.cl/portal/page?_pageid=33,3417541,33_3421567&_dad=portal&_schema=PORTAL

ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN FORMATIVA

Luego de la actividad individual

- ¿Qué observar?

Indicadores de evaluación:

- Resuelven de forma manuscrita problemas que involucren funciones potencia o trigonométricas.
- Interpretan información de ambientes digitales y redes sociales obtenidas al modelar situaciones o fenómenos que involucran funciones potencias y trigonométricas.

Actitudes

- Manifestar autonomía y eficiencia para gestionar el propio aprendizaje, identificando fortalezas y aspectos mejorables.

Consideraciones en la evaluación formativa

- Cerciorarse de que los estudiantes comprenden y aplican el triángulo de la potencia, como elemento base para los cálculos del rendimiento eléctrico.
- Verificar la correcta aplicación del teorema de Pitágoras y de las razones trigonométricas que se realicen sobre el triángulo de la potencia como paso clave en la resolución de problemas.
- Reforzar la idea de “factor de potencia” como indicador de la cantidad útil de energía eléctrica que se realiza en un determinado lugar y que bajo el estándar vigente en Chile (93%) se produce un recargo en la facturación de su consumo.
- Reforzar la idea del ahorro y del correcto aprovechamiento en el consumo de la energía eléctrica, como actitud responsable y consciente en el uso de la energía.

- Posibles adecuaciones de la actividad

-A. Reforzar conceptos o procedimientos. Cuando no se ha tenido el éxito esperado con la actividad propuesta, es necesario considerar actividades tales como el **Ejemplo de Actividad de reforzamiento**, en las que se pueda volver a revisar los aspectos claves relacionados con las ecuaciones trigonométricas básicas, utilizando procedimientos algebraicos y gráficos.

-B. Continuar con la actividad tal como está diseñada. Se sugiere desarrollar la **actividad colaborativa** para ampliar lo trabajado en la actividad individual a la aplicación de modelos trigonométricos en el ámbito de la electricidad, permitiendo que los estudiantes aprendan a utilizarlos para resolver problemas.

EJEMPLO DE ACTIVIDAD DE REFUERZO

Se sugiere al docente proponer actividades como las siguientes:

Las ecuaciones trigonométricas de la forma con $a, b \in \mathbb{R}$ tienen infinitas soluciones, pues son periódicas y su dominio es \mathbb{R} . El procedimiento consiste en hallar las soluciones de la ecuación dentro del intervalo $[0, 2\pi]$, pues estas soluciones son generalizables al resto de su dominio.

1. De forma manuscrita, determinar todas las soluciones de la ecuación $\sin(x) = \frac{1}{2}$, sabiendo que tiene solo dos soluciones en intervalo $[0, 2\pi]$.

2. De forma manuscrita, determinar todas las soluciones de:

a. $2 \sin(2x) = 1$

b. $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c. $\sin(3x + \pi) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

d. $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0$

3. Resolver gráficamente una ecuación consiste en intersecar las gráficas de ambos miembros de la ecuación. Por ejemplo, resolver gráficamente $\cos(x) = \frac{1}{2}$, consiste en graficar $y = \cos(x)$ e $y = \frac{1}{2}$ en un mismo sistema cartesiano y luego se deben encontrar todas las intersecciones entre ambas gráficas:

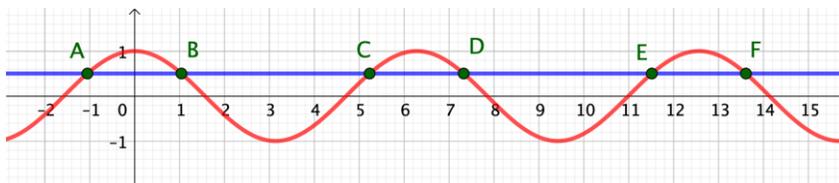


Figura 1.

En el gráfico de la Figura 3 los puntos A, C y E representan a una misma solución (por la periodicidad de $\cos(x)$) y los puntos B, D y F representan a la segunda solución. Notar que, en ambos casos, la segunda y tercera solución están trasladadas 2π y 4π respectivamente, por lo que todas las soluciones están trasladadas en un múltiplo entero de 2π . Por lo anterior, en este caso, las soluciones de $\cos(x) = \frac{1}{2}$ en el intervalo $[0, 2\pi]$ son $x_1 = \frac{\pi}{3}$ y $x_2 = \frac{2\pi}{3}$ y la solución general es $x_1 = \frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi$ y $x_2 = \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi$, con $k \in \mathbb{Z}$.

Utiliza un software graficador, como GeoGebra, para determinar gráficamente las soluciones de las ecuaciones propuestas en el ejercicio 2.

4. Para resolver ecuaciones un poco más complejas, como por ejemplo $\sin(x) = \cos(x)$, usaremos la herramienta CAS de GeoGebra. Por ejemplo, para resolver la ecuación $\sin(x) = \cos(x)$ en el CAS, debes ir al menú Vista y activar la opción Cálculo Simbólico (CAS). Luego escribir `ResuelveC(sen(x)=cos(x),x)` y presionar Enter. El software entregará como solución la expresión $x = \frac{1}{4}(4k_1\pi + \pi)$ (ver Figura 4).



Figura 2.

En esta solución, se debe entender que $k_1 \in \mathbb{Z}$, por ser periódicos tanto $\sin(x)$ como $\cos(x)$.

Utilizando la herramienta CAS de GeoGebra, hallar la solución a las siguientes ecuaciones.

- $\sin(x) = \cos(2x)$
- $\sin(2x) = \sin(x)$
- $\sin(x) - \sin(3x) = 0$
- $\cos(-x) = \sin(x + \pi)$
- Utiliza un software graficador, como GeoGebra, para verificar gráficamente las soluciones de las ecuaciones anteriores.

Luego de la actividad colaborativa

- ¿Qué observar?

Indicadores de evaluación:

- Resuelven con uso de herramientas tecnológicas problemas que involucren funciones potencia o trigonométricas.
- Evalúan y ajustan modelos existentes que permiten describir e interpretar fenómenos de ambientes digitales y redes sociales que involucran funciones potencia y trigonométricas.

Actitudes

- Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, asumiendo riesgos con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.

Consideraciones en la evaluación formativa

- Se sugiere que se refuerce la idea de que se pueden solucionar ecuaciones trigonométricas más complejas que las tratadas en la actividad individual utilizando la tecnología como herramienta en una estrategia de dificultad intermedia (pero útil) a la resolución formal algebraica que se podría estudiar más adelante.
- Se sugiere enfatizar la idea de que las soluciones de este tipo de ecuaciones son infinitas debido a que son periódicas y, con ello, justificar la notación de la solución que prefigura el software, pero que el estudiante debe aprender a escribir.

- Posibles adecuaciones de la actividad

-A. Mayor desafío. Cuando las actividades individual y colaborativa han sido desarrolladas con éxito y fluidez, sería pertinente plantear un desafío que amplíe ligeramente los límites del OA. Para ello se pueden considerar actividades tales como el **Ejemplo de Actividad de desafío** que se muestra a continuación.

- Preguntas esenciales

Al final de cada una de las actividades invite a los estudiantes a responder una o más de las preguntas esenciales.

EJEMPLO DE ACTIVIDAD O PREGUNTA PARA CONSTATAR EL LOGRO DE HABILIDADES

La actividad individual y la actividad colaborativa tienen como propósito el que los estudiantes conozcan y utilicen modelos trigonométricos básicos (actividad individual) y en una situación de contexto, como el de la electricidad, resolviendo problemas. Para evaluar el logro de dichas habilidades, se pueden formular las siguientes interrogantes:

1. Explicar en el triángulo cómo obtener las potencias faltantes y el factor de potencia conociendo solamente los datos que se entregan en cada caso:

- a. Se conocen la potencia activa (P) y la potencia reactiva (Q).
- b. Se conocen la potencia reactiva (Q) y la potencia aparente (S).
- c. Se conocen la potencia aparente (S) y la potencia reactiva (Q).
- d. Se conocen la potencia activa (P) y el ángulo φ .
- e. Se conocen la potencia aparente (S) y el ángulo φ .
- f. Se conocen la potencia reactiva (Q) y el ángulo φ .



2. En un domicilio, la potencia aparente es de 2,5kW y el factor de potencia es de 0,95. Determinar:
 - a. La potencia activa (P).
 - b. La potencia reactiva (Q).
3. En un motor trifásico utilizado como generador, la tensión (T) de cada fase ha sido modelada en función del tiempo (t) con las siguientes funciones trigonométricas:

$$T_1 = 4 \cdot \text{sen} \left(t - \frac{4\pi}{6} \right)$$

$$T_2 = 4 \cdot \text{sen} \left(t - \frac{8\pi}{6} \right)$$

$$T_3 = 4 \cdot \text{sen}(t - 2\pi)$$

- a. Determinar en qué momento se produce la primera igualdad de tensión entre T_1 y T_2 .
- b. Determinar en qué momento se produce la segunda igualdad de tensión entre T_2 y T_3 .
- c. Determinar todas las intersecciones entre T_1 y T_3 escribiendo la solución general de forma manuscrita (sin apoyo del software).

EJEMPLO DE ACTIVIDAD DE DESAFÍO

Para profundizar en el aprendizaje se sugiere al docente proponer actividades tales como:

La siguiente imagen es una parte de la boleta de consumo eléctrico de un establecimiento educacional.

En ella se puede apreciar el detalle del consumo realizado en el establecimiento.

GIRO: ESTABLECIMIENTOS DE ENSEÑANZA					
NºMED	LEC.ACT	LEC.ANT	CTE.	CONSUMO	POT. CONT
10563653	203171	196933	1	4238 Kwh	7,5
546524	90699	87597		3102 Kvar	
REC. POR DISTANCIA	L.INV	FAC.POT	TARIFA	PROP.MEDIDOR	
% - km	2426		BT1 - 5a	CLIENTE	
1.- Cargos Energía			Afectos		
Cantidad	Descripción	Unitario	Total		
	C.fijo mensual		1.060		
	Cargo unico		3.136		
2.426	C.energia	147,76	358.466		
1.812	E.Adic.Inv.	232,36	421.036		
	F.potencia		44.127		
	Recargo por Mora		7.458		
	Cuota 03 de 06 de Reliquidacion		4.367		
	Art.171 DFL 4/2006				
	Sub Total Afecto		839.650		

- Determinar el factor de potencia del establecimiento.
- Determinar si el establecimiento debe pagar un sobrecargo por su factor de potencia respecto de la tarificación que tiene.
- Si el factor de potencia está bajo el límite establecido por la Superintendencia de Electricidad y Combustibles, ¿cuántos kVAR debiera variar el consumo para que quede dentro de la norma?