

## Actividad 2: Puntos de encuentro en circunferencias

### PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes identifiquen los puntos de intersección de dos circunferencias ubicadas en un plano cartesiano, usando la geometría analítica para contar con las coordenadas exactas desde un punto de referencia dado. Se propone un trabajo con un sentido cotidiano para que contextualicen la geometría y valoren el álgebra en problemas de esta naturaleza, más allá del uso habitual de fórmulas.

### Objetivos de Aprendizaje

**OA 4.** Resolver problemas acerca de rectas y circunferencias en el plano, mediante su representación analítica, de forma manuscrita y con uso de herramientas tecnológicas.

**OA d.** Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

**OA e.** Construir modelos realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.

### Actitudes

- Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo.

**Duración:** 6 horas pedagógicas

## DESARROLLO

### REUNIÓN DE AMIGOS

Discutan la siguiente situación y resuelvan los diferentes problemas planteados: Dos amigos, Clara y Fabricio, desean reunirse para almorzar. Ambos trabajan en Temuco, pero la congestión vehicular a la hora del almuerzo los obliga a elegir un lugar cercano a ambos trabajos y así no destinar tanto tiempo a trasladarse.

Clara trabaja cerca del Hospital Regional y estima que puede trasladarse hasta 300 m caminando desde su trabajo.

Fabricio se siente más cansado y dice que puede desplazarse hasta 200 m caminando desde su trabajo, que queda muy cerca del Servicio de Registro Civil.

Como referente, hay aproximadamente 210m desde el Hospital Regional hasta la Avenida Caupolicán en línea recta, mientras que desde el Servicio de Registro Civil hay cerca de 130m en línea recta hasta la avenida Caupolicán.

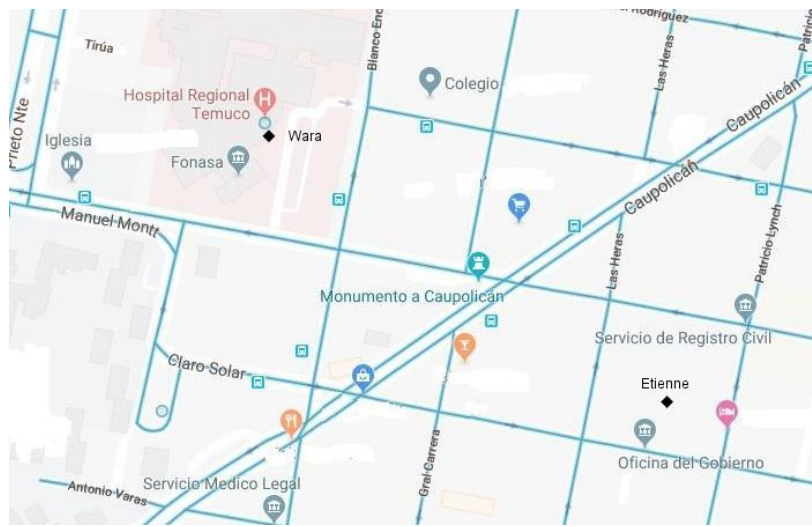


Fig. 1: Mapa de un sector de Temuco, adaptado de Google Maps.

1. Escojan una escala adecuada y marquen en la Figura 1 el sector por el que Clara está dispuesta a trasladarse.
  - a. ¿Qué forma tiene ese sector?
  - b. ¿Cuál es el centro?
  - c. Describan la distancia desde el trabajo de Clara hasta cualquier punto del sector marcado.
  - d. Remarquen la distancia máxima a la que Clara se podría trasladar. ¿Qué forma tiene?
2. Marquen en la Figura 1 el sector por el que Fabricio está dispuesto a trasladarse.
  - a. Respondan las mismas preguntas anteriores para este caso.
3. En la Figura 1, marquen el sector en el que podrían juntarse Clara y Fabricio, considerando sus restricciones para trasladarse desde sus trabajos.
4. Analizando los restaurantes disponibles en la zona, solo encuentran opciones si ambos se trasladan lo máximo posible deseado.
  - a. Marquen en la Figura 1 todas las opciones posibles, considerando los traslados máximos de cada uno.
  - b. ¿Cuántos puntos posibles de encuentro hay entre ambos?
  - c. Geométricamente, ¿cómo se interpretan estos puntos?
5. ¿Qué ecuación describe todos los puntos que se encuentran a una distancia de 300 m del trabajo de Clara?
  - a. Ubiquen el centro de un plano cartesiano en el trabajo de Clara, ese será el referente.
  - b. Elijan un punto cualquiera  $(x, y)$  a 300m del trabajo de Clara.

- c. Determinen la distancia entre el trabajo de Clara y el punto seleccionado. Expresen la distancia de forma algebraica.
  - d. La expresión algebraica obtenida, ¿sirve para describir la distancia de cualquier punto ubicado a 300m del trabajo de Clara?
6. Escriban la ecuación que describe todos los puntos que se encuentran a una distancia de 200m del trabajo de Fabricio. Esta vez, consideren el trabajo de Fabricio en el centro del plano cartesiano.
  7. ¿Qué ajuste podrían hacer a las ecuaciones anteriores si quisieran usar un único plano cartesiano?
    - a. Consideren el plano cartesiano ubicado, como se muestra en la Figura 2.
    - b. Aproximadamente, ¿cuáles son las coordenadas del trabajo de Clara y de Fabricio, según este referente?



Fig. 2: Mapa de un sector de Temuco, con un sistema de referencias dado.

8. Consideren el plano cartesiano que se muestra en la Figura 2, ¿qué ecuación describe todos los puntos que se encuentran a una distancia de 300m del trabajo de Clara?
  - a. Elijan un punto cualquiera  $(x, y)$  a 300m del trabajo de Clara.
  - b. Determinen la distancia entre el trabajo de Clara y el punto seleccionado. Expresen la distancia de forma algebraica.
  - c. La expresión algebraica obtenida, ¿sirve para describir la distancia de cualquier punto ubicado a 300 m del trabajo de Clara, con relación al plano cartesiano señalado?
  - d. Compara tus resultados con uno de tus compañeros y anota las diferencias en un color diferente.
9. Usando el plano cartesiano ubicado, como en el punto anterior, ¿qué ecuación describe todos los puntos que se encuentran a una distancia de 200m del trabajo de Fabricio?
  - a. Elijan un punto cualquiera  $(x, y)$  a 200 m del trabajo de Fabricio.
  - b. Determinen la distancia entre el trabajo de Fabricio y el punto seleccionado. Expresen la distancia de forma algebraica.

- c. La expresión algebraica obtenida, ¿sirve para describir la distancia de cualquier punto ubicado a 200 m del trabajo de Fabricio, con relación al plano cartesiano señalado?
- d. Compara tus resultados con uno de tus compañeros y anota las diferencias en un color diferente.
10. En el plano cartesiano, ¿qué ocurre con las dos circunferencias dibujadas, la de Clara y la de Fabricio?
- ¿Cómo se interpreta la intersección de las dos circunferencias en el contexto del problema?
  - ¿Cómo se obtiene algebraicamente las coordenadas de los puntos de intersección de las circunferencias?
  - ¿Por qué la intersección de ambas circunferencias, algebraicamente, da una recta que pasa por dichos puntos?
  - ¿Cómo se obtiene y cómo se interpreta en este problema la intersección de la recta anterior con una de las circunferencias?
  - ¿Varía su respuesta anterior si prueban intersectando la recta con la otra circunferencia?
  - Comprueba comparando con los resultados de tus compañeros que los puntos de intersección sean correctos.
11. ¿Cuáles son las coordenadas exactas en las que se encuentran los dos posibles restaurantes en los que se podría reunir Clara y Fabricio, según el plano cartesiano de la Figura 2?
12. Si la representación gráfica de la situación de los dos amigos es la que muestra la Figura 3, ¿qué condición cambió entre ellos: el lugar de trabajo o la distancia a la que se desean desplazar? Argumenten y determinen el nuevo punto de intersección de las circunferencias.



Fig. 3: Mapa de un sector de Temuco, con un sistema de referencias dado.

### ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Se recomienda verificar al inicio que los estudiantes distinguen entre un círculo y una circunferencia, dado que primero se les solicita identificar la región que se forma al interceptar dos círculos, que tiene infinitos puntos en este caso. Luego se les pide interceptar dos circunferencias, por lo que la respuesta se reduce solo a dos puntos. Para obtener la circunferencia, se debe hablar de las distancias máximas que cada amigo está dispuesto a avanzar desde sus trabajos respectivos.
2. Al comienzo no se cuenta con un sistema de referencia; por ende, para dibujar los radios, tienen que extraer la información del contexto, donde se señala la distancia aproximada entre dos puntos en la realidad. Por ejemplo, si la distancia en línea recta entre el hospital y Caupolicán es de 210m en la realidad, entonces deben medir con una regla el segmento que une los dos puntos en la Figura 1 y luego encontrar la escala adecuada, usando la regla de proporcionalidad directa.
3. Durante las actividades, se les pide obtener ecuaciones de circunferencia. Al principio, se trata de dos ecuaciones y cada una está centrada en el origen de un plano cartesiano, por lo que aplicar la expresión de distancia entre dos puntos debería ser simple. Aunque no hayan trabajado antes esa distancia, la pueden determinar aplicando el teorema de Pitágoras. A partir del punto 7, como las ecuaciones no estarán centradas en el origen, deben poner atención en la distancia entre dos puntos, siendo uno de ellos el centro de la circunferencia.
4. Se recomienda que usen alguna herramienta digital que esté disponible libremente en la web.
5. Si el centro de una circunferencia no coincide con el origen del plano cartesiano, la ecuación de la circunferencia se trabaja como  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ , donde el centro de la circunferencia es el punto  $(a; b)$
6. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
  - Explican las respuestas relacionadas con problemas sobre rectas y circunferencias.
  - Describen situaciones mediante ecuaciones analíticas de rectas o circunferencias.
  - Elaboran representaciones gráficas en el plano cartesiano.



### RECURSOS Y SITIOS WEB

*Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores:*

- Calculadora algebraica Wiris  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.wiris.net/demo/wiris/es/cas.html>
- Desarrollo matemático del tema  
[https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.profesorenlinea.cl/geometria/Ecuacion\\_Circunferencia.html](https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.profesorenlinea.cl/geometria/Ecuacion_Circunferencia.html)