

Encontrando el factor



Práctica Esencial

Enseña explícitamente el vocabulario clave para aprender.

Temática:	Proporcionalidad directa
Propósito:	Enriquecer la comprensión del concepto <i>proporción</i> por medio del uso de diferentes registros semióticos.
Duración:	60 min.
Materiales:	Hoja impresa con diferentes tablas que muestran la relación entre dos variables.
Vocabulario clave:	Proporcionalidad, coordinación de registros de representación, multiplicación.

¿Qué es?

La actividad corresponde a un recurso didáctico para favorecer la comprensión del concepto de proporcionalidad, considerando algunas dificultades que usualmente presentan las y los estudiantes, como la generalización de la linealidad.

¿Para qué sirve?

- La actividad sirve para favorecer la comprensión profunda del concepto matemático de *proporcionalidad*.

Indicaciones

- 1 Las y los estudiantes se reúnen en equipos de 3 integrantes.
- 2 Cada equipo recibe hojas impresas con la tarea propuesta en el Anexo 1, en ella se proponen cuatro situaciones de relación entre dos variables x e y , invitando a socializar la cada una de ellas.
- 3 Se sugiere que posterior a la actividad grupal, se realice un plenario donde los equipos puedan socializar, comparar y discutir sus conclusiones y resultados.

Consideraciones al docente



El razonamiento proporcional es una de las ideas fundamentales en matemática, tanto por su uso en la vida cotidiana como por la aplicación en otras ciencias. En el Currículo Nacional, la proporcionalidad directa se aborda en diferentes momentos y focalizando su mirada en distintos aspectos: figuras semejantes, uso de tablas, gráficos en el plano cartesiano y función lineal. El objetivo es que las y los estudiantes puedan enriquecer su comprensión del concepto matemático proporcionalidad, transitando y coordinando de un registro semiótico a otro, generando así el vínculo entre la aproximación aritmética de la *proporcionalidad* directa y la algebraica.



Sumado a lo anterior, es importante que las y los estudiantes comprendan cuáles son las condiciones en que dos variables se relacionan de forma directamente proporcional y cuando no, pues una de las dificultades del objeto matemático es suponer linealidad en situaciones que no se vinculan mediante una función lineal (proporción directa).

Práctica Esencial

Conduce discusiones productivas en el aula.

✓ Uno de los obstáculos que aparecen dentro del estudio del objeto matemático proporcionalidad directa es el uso mecanizado de la llamada “regla de tres”, al resolver problemas donde hay que encontrar un valor faltante en una proporción directa cuando entregan tres valores explícitos de la proporción. Con el fin de que aparezcan otras formas de resolución a estos problemas es que se ha diseñado la Situación 2, donde se espera que las y los estudiantes usen como una estrategia posible la reducción a la unidad para encontrar la constante de proporcionalidad. Una pregunta que puede hacer el docente para que los y las estudiantes ocupen dicha estrategia es: **¿cuál es el valor de 1 gramo de jamón?**

✓ Las situaciones 3 y 4 han sido diseñadas para abarcar el siguiente obstáculo relativo al objeto matemático proporcionalidad directa: “Sobregeneralización de la linealidad” que indica que las y los estudiantes tienden a aplicar modelos lineales en todas las situaciones posibles, sin analizar si efectivamente las variables se relacionan o no mediante proporcionalidad directa. De esto devienen argumentos como: “la relación entre tales variables es de proporcionalidad directa, porque cuando una variable aumenta, la otra también aumenta”, generando un error común en el ámbito de la resolución de problemas de proporcionalidad directa.

¿Por qué es relevante?

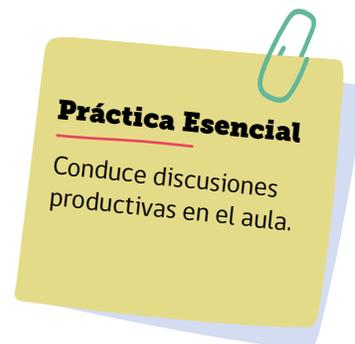
La actividad es relevante pues favorece la identificación de condiciones en que dos variables se relacionan mediante proporcionalidad directa, abordando algunas dificultades y obstáculos comunes en el desarrollo de tareas.



Orientaciones para la evaluación formativa

En la búsqueda de los factores de cada situación pueden verse involucradas las siguientes estrategias: encontrar los factores por inspección (probando valores hasta llegar a los buscados), realizar divisiones y resolver una ecuación de primer grado. Se espera que aparezcan todas estas estrategias, predominando unas sobre otras. Sin embargo, lo más relevante es que el cálculo no sea el protagonista, sino que la discusión que cada grupo tendrá, sobre qué significa este número encontrado, que, si bien no es una pregunta explícita del enunciado, es posible que surja en la discusión. Por ejemplo, el factor 4 de la **Situación 1**, guarda relación con que el perímetro de un cuadrado es el cuádruplo de la medida de su lado. Mientras que en la **Situación 2**, el factor 12 corresponde al precio que tiene 1 gramo de jamón.

Respecto a la pregunta: “¿Cómo podrían describir la relación que existe entre la variable x y la variable y ?”, es muy posible que las y los estudiantes pregunten qué quiere decir la interrogante, pues es una pregunta abierta. Ante esto, la o el docente debe orientarlos a que saquen conclusiones sobre la relación entre las variables respecto al significado del factor 4 o 12, en las situaciones 1 y 2, en la relación entre las variables.



Se espera que las y los estudiantes concluyan en la situación 3 que tiene sentido que el factor no sea siempre el mismo, porque no todos crecemos al mismo ritmo.

Respecto a la situación 4, se tienen dos factores constantes, nos referimos a que el sueldo de los dos hombres están en proporción directa con las horas de trabajo de ellos, pero no están en la misma proporción que el sueldo de las mujeres. En este sentido, es posible que en la respuesta a la pregunta: “¿Cómo podrían describir la relación que existe entre la variable x y la variable y ?”, las y los estudiantes indiquen que la relación no es equitativa entre hombres y mujeres, y que logren visualizar la existencia de dos relaciones diferentes. De este modo, se espera abarcar el hecho de que aun cuando uno crea desde “el sentido común” que dos variables son directamente proporcionales, la única forma de comprobarlo es **mediante los datos**.



La **Situación 4** invita a la reflexión de las brechas salariales entre hombres y mujeres. Para enriquecer dicha discusión se adjuntan links a algunos documentos que las y los docentes pueden utilizar y una imagen que se puede proyectar:

<https://www.economia.gob.cl/wp-content/uploads/2023/03/original-cuarto-reporte-indicadores-genero-2022-digital.pdf>

https://obtienearchivo.bcn.cl/obtienearchivo?id=repositorio/10221/29256/1/BCN_092019_brecha_salarial_de_genero_comparado_paises.pdf

Evaluación

Se proyecta en la pizarra la siguiente tabla de valores y se les solicita a los equipos que en silencio analicen si la relación entre las variables x e y es una proporción directa o no, y ¿por qué?

Valores de Variable x	Valores de Variable y
2	6
3	7
4	8

Luego de que cada uno haya sacado su conclusión se comparten los resultados con el resto del curso, se espera relevar **diferentes argumentos** para la no existencia de una constante de proporcionalidad: la reducción a la unidad es diferente, el valor de la variable y no se obtiene como el producto entre un mismo número y el valor respectivo de x , el cociente de las variables no es constante.

Obstáculos abordados por la tarea

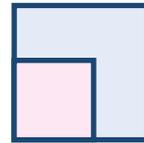
Se ha escogido la anterior tabla de valores, porque existe una relación aditiva entre las variables, si sumamos 4 a cada valor de x , obtenemos los respectivos valores de y , lo que corresponde a una dificultad en el desarrollo de la tarea, debido a que los y las estudiantes buscan relaciones aditivas en vez de multiplicativas entre las variables. Además, se puede abordar otro error frecuente que es creer que basta con observar que, al aumentar una variable, la otra también aumenta, para argumentar que existe una proporcionalidad directa.

Anexo 1

Para cada una de las siguientes situaciones determinar el valor que se debe amplificar la variable x para encontrar la variable y correspondiente.

Situación 1:

Vamos a estudiar la relación entre la medida del lado de un cuadrado y su respectivo perímetro. Para ello consideren las siguientes variables:



Variable x : Medida de la longitud del lado de un cuadrado en centímetros (cm).

Variable y : Medida de la longitud del perímetro del cuadrado, en cm.

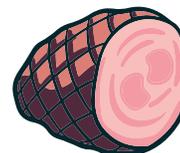
Completen la siguiente tabla:

Cuadrado	Variable x : lado del cuadrado en cm.	Variable y : Perímetro del cuadrado en cm.	¿Por qué número debemos multi- plicar el valor de la variable x para obtener el valor de la variable y ?
Cuadrado A	3	12	¿Por qué número multiplicamos 3 para obtener 12? $3 \cdot \square = 12$
Cuadrado B	5	20	¿Por qué número multiplicamos 5 para obtener 20? $5 \cdot \square = 20$
Cuadrado C	6	24	¿Por qué número multiplicamos 6 para obtener 24? $6 \cdot \square = 24$

¿Cómo podrían describir la relación que existe entre la variable x y la variable y ?

Situación 2:

En esta situación vamos a estudiar la relación entre la cantidad en gramos de cierto jamón y su precio en el *Almacén de Doña Carmen*. Las variables involucradas son:



Variable x: Cantidades de jamón, en gramos, comprados por tres clientes el día de ayer.

Variable y: Precio, en pesos, por la compra de jamón.

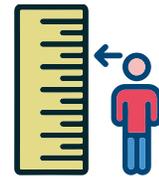
Completen la siguiente tabla:

Cliente/a	Variable x: cantidad de jamón en gramos	Variable y: Precio de la compra de jamón	¿Por qué número debemos multiplicar el valor de la variable x para obtener el valor de la variable y?
Cliente A	250	\$3.000	¿Por qué número multiplicamos 250 para obtener 3.000? $250 \cdot \square = 3.000$
Cliente B	300	\$3.600	¿Por qué número multiplicamos 300 para obtener 3.600? $300 \cdot \square = 3.600$
Cliente C	500	\$6.000	¿Por qué número multiplicamos 500 para obtener 6.000? $500 \cdot \square = 6.000$

¿Cómo podrían describir la relación que existe entre la variable x y la variable y?

Situación 3:

En esta situación estudiaremos la relación entre la edad de las personas y su altura. Las variables involucradas son:



Variable x: Edad, en años, de tres personas que viven en nuestra región.

Variable y: Altura, en centímetros (cm), de las personas.

Completen la siguiente tabla:

Personas	Variable x: Edad de las personas en años	Variable y: Altura de las personas en cm.	¿Por qué número debemos multi- plicar el valor de la variable x para obtener el valor de la variable y?
Persona A	10	120 cm.	¿Por qué número multiplicamos 10 para obtener 120? $10 \cdot \square = 120$
Persona B	15	165 cm.	¿Por qué número multiplicamos 15 para obtener 165? $15 \cdot \square = 165$
Persona C	30	150 cm.	¿Por qué número multiplicamos 30 para obtener 150? $30 \cdot \square = 150$

¿Cómo podrían describir la relación que existe entre la variable x y la variable y?

Situación 4:

A continuación, vamos a estudiar la relación entre las horas trabajadas por cuatro trabajadores(as) de una empresa, cuyas funciones y cargos son exactamente los mismos, con el sueldo imponible que perciben por tal trabajo. Las variables son:

Variable x: Horas de trabajo del trabajador/a.

Variable y: Sueldo imponible del trabajador/a en pesos.



Completen la siguiente tabla:

Trabajador/a	Variable x: Horas de trabajo	Variable y: Sueldo imponible del trabajador	¿Por qué número debemos multiplicar el valor de la variable x para obtener el valor de la variable y?
Cristóbal	15	\$330.000	¿Por qué número multiplicamos 15 para obtener 330.000? $15 \cdot \square = 330.000$
Sofía	20	\$360.000	¿Por qué número multiplicamos 20 para obtener 360.000? $20 \cdot \square = 360.000$
Beatriz	30	\$540.000	¿Por qué número multiplicamos 30 para obtener 540.000? $30 \cdot \square = 540.000$
Omar	40	\$880.000	¿Por qué número multiplicamos 40 para obtener 880.000? $40 \cdot \square = 880.000$

¿Cómo podrían describir la relación que existe entre la variable x y la variable y?