Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

PLAN DE REACTIVACIÓN EDUCATIVA

Seamos Comunidad

Estrategia para la Reactivación Matemática

Desarrollo de habilidades para la resolución de problemas

Estrategia para la Reactivación Matemática
Desarrollo de habilidades para la resolución de problemas

AUTORES:

Profesionales de la Subsecretaría de Educación

División de Educación General
- María Carolina Brieba B.
- Margarita Silva R.

Unidad de Currículum y Evaluación
- María Francisca Abarca M.
- Hans Dieter Sacher
- Patricio Rodríguez A.

Centro de Innovación
- Ociel López J.

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas
- Rosa Gaete M.
- Jaqueline Gomez R.

Diseño y Diagramación
- Diseño Mineduc

GOBIERNO DE CHILE
Ministerio de Educación

Índice

1. Reactivación de aprendizajes matemáticos: resolución de problemas

Las consecuencias de la pandemia por COVID-19 han golpeado fuertemente a los sistemas educativos del mundo, debido principalmente al cierre prolongado de los establecimientos educacionales. En Chile, la situación profundizó las brechas existentes evidenciando consecuencias para el aprendizaje, la convivencia, salud mental, asistencia y vinculación de niñas, niños, adolescentes y adultos en las comunidades educativas.

En este complejo escenario, los efectos de la pandemia y, en particular, la gran disparidad en el acceso a la educación durante el periodo en que los establecimientos educacionales estuvieron cerrados ha incrementado dramáticamente la brecha entre lo que los niños, niñas, jóvenes y adultos realmente aprenden y lo que podrían o deberían aprender. Según algunos estudios e investigaciones (Espinoza y Barbé, 2022) algunas problemáticas del ámbito de la educación matemática necesarias de atender son:

1. **Las importantes brechas entre los aprendizajes que deberían tener logrados según nivel educativo (nominal) y el nivel de logro que tienen (real), se encuentran fuertemente agudizadas por efectos de la pandemia.**
2. **Las diferencias que frecuentemente se encuentran al interior de cada aula en relación con estilos y ritmos de aprendizaje se han acrecentado, pues parten de estadios de aprendizaje muy diferentes, acordes con las oportunidades para aprender que han tenido en los últimos años.**
3. **Los diagnósticos que habitualmente se aplican en los establecimientos educacionales del país, no son suficientes para determinar el lugar de la trayectoria de aprendizaje en que los estudiantes.**
4. **Los diagnósticos y monitoreos externos a las comunidades educativas respecto a las trayectorias de aprendizaje de sus estudiantes, por lo general, no van acompañados de planes de acción que retroalimenten de manera contextualizada al profesorado.**
5. **La falta de orientaciones sobre cómo utilizar y adaptar los recursos distribuidos por el Ministerio de Educación, debe ser atendida para realizar una enseñanza orientada a la recuperación de aprendizajes de niñas y niños.**

“En este escenario, el Ministerio de Educación de Chile desarrolló el Plan de Reactivación Educativa, que sistematiza las recomendaciones de diversos organismos internacionales para abordar la crisis socioeducativa (UNESCO, UNICEF, BANCO MUNDIAL, OCDE, 2022) con el objetivo de impulsar una respuesta comprehensiva y estratégica a las necesidades educativas y de bienestar socioemocional que han emergido en las comunidades educativas durante la pandemia” (MINEDUC, 2023).

Específicamente, en la asignatura de Matemática se busca que desarrollen el razonamiento lógico y el pensamiento matemático, la capacidad de resolver problemas y la habilidad de pensar de forma rigurosa y crítica. A su vez, promueve habilidades necesarias para el siglo XXI, tales como creatividad, comunicación y argumentación precisa y rigurosa, valorando las opiniones de otros. Para lograr lo anterior, se espera que trabajen colaborativamente en la resolución de problemas para la toma de decisiones fundamentadas, tanto dentro de la matemática (intradisciplinar) como en articulación con otras asignaturas (interdisciplinar).

Frente a esta realidad, se deben realizar acciones diferentes a las habituales, de manera que las comunidades educativas puedan innovar para provocar transformaciones de las experiencias de aprendizaje. Innovar en la enseñanza de la matemática significa, por ejemplo, incorporar metodologías activas y colaborativas para que los estudiantes puedan aprender conocimientos matemáticos en situaciones del mundo real. **En esta línea, la metodología de resolución de problemas integra el conocimiento matemático con el desarrollo de habilidades como modelar, representar, argumentar y comunicar**.

Asimismo, para reactivar el aprendizaje en Matemática es relevante impulsar iniciativas de innovación educativa apoyadas o mediadas por herramientas digitales. Por ejemplo, usar simuladores (99math, GeoGebra), juegos interactivos (Kahoot, Educaplay) o plataformas de aprendizaje (Khan Academy). Estas herramientas constituyen un gran apoyo para que las y los estudiantes vivan experiencias de aprendizaje motivantes y personalizadas.

La implementación de recursos tecnológicos en las diversas prácticas pedagógicas que se desarrollan en nuestras aulas es algo más común cada día. Según Pérez (2021), una de las herramientas más usadas a nivel mundial es Khan Academy (KA), plataforma de aprendizaje en línea, cuyo uso permitiría mejorar los resultados de aprendizaje de matemática, en distintos países de Latinoamérica. Khan Academy propone utilizar la metodología de clase invertida, forma de aprendizaje semipresencial, que propone que el estudiantado aprenda los contenidos básicos a través de un video tutorial y ejercitación, dejando la clase para el desarrollo de ejercicios, discusiones grupales, experimentos y la resolución de preguntas, permitiendo que aprendan a su propio ritmo y refuercen aquellos aspectos que les generan más dificultad (Rodríguez et al. 2014). La **clase invertida** es una metodología que también puede ser utilizada en otras áreas curriculares.

2. Sobre la enseñanza y el aprendizaje en matemática

Según Espinoza y Barbé (2022), el problema de la enseñanza y aprendizaje ha motivado la realización de diversos estudios e investigaciones. En su reporte, describen un trabajo realizado por Ausubel a finales del siglo pasado, en el que descubrió que, en un número importante de escuelas norteamericanas, un porcentaje elevado de estudiantes avanzaba en su trayectoria escolar oficial o teórica de manera desfasada respecto de su trayectoria de aprendizaje real. Si bien lograban alcanzar cierto tipo de aprendizajes, estos no eran significativos en tanto que eran frágiles, incompletos y, sobre todo, no estaban construidos sobre una base que permitiera relacionarlos e integrarlos dentro de un todo que les otorgara sentido.

¿Qué factores y estrategias pueden contribuir a contrarrestar el desfase escolar y a cerrar brechas entre lo que cada estudiante ha aprendido y lo que se espera que aprenda?

En primer lugar, es necesario implementar diagnósticos acertados y oportunos que permitan determinar el lugar de la trayectoria de aprendizaje en que están realmente las y los estudiantes, y sobre el logro de los aprendizajes necesarios para que puedan avanzar comprensivamente. Luego, se deben diseñar experiencias de aprendizaje que impulsen el avance desde el lugar de la trayectoria en que se encuentran, hacia donde deberían estar en un tiempo de enseñanza razonable, planificar actividades para el trabajo en el aula acordes con el contexto, monitorear el proceso de construcción y adquisición de los aprendizajes nuevos conectados con los previos, junto a una evaluación y retroalimentación sistemática.

Estas estrategias requieren planificar la acción pedagógica y didáctica, adaptando y ajustando actividades de aprendizaje a las necesidades de las y los estudiantes, ponerlas en marcha en el aula mientras se monitorea el aprendizaje levantando evidencias, analizarlas a la luz de metas de logro de aprendizajes progresivos previamente establecidos, por ejemplo, dentro de rúbricas, y evaluar los resultados identificando logros y brechas, de manera de entregar retroalimentación oportuna y pertinente y con ello ajustar las acciones.

Con el surgimiento y desarrollo de las didácticas específicas a mediados del siglo pasado, en particular la Didáctica de las Matemáticas (Brousseau, 1997), se ha logrado establecer que cada disciplina tiene estrategias de enseñanza y aprendizaje específicas. Las estrategias que son eficaces para enseñar una determinada disciplina pueden no ser pertinentes para enseñar otras, puesto que los estudiantes no aprenden de la misma forma, ni siguiendo los mismos recorridos, algo propio de los seres humanos.

La Didáctica de las Matemáticas demuestra que los estudiantes no aprenden de la misma manera geometría que aritmética, por ejemplo. Quizás, una forma de favorecer los aprendizajes sea que las y los estudiantes transiten el mismo recorrido que, en su momento, realizaron ciertos grupos humanos en la construcción del conocimiento matemático, considerando las particularidades y singularidades de cada estudiante y su contexto. Este hallazgo fundamental ha introducido la exigencia por orientar a los profesores en el uso de herramientas y estrategias didácticas específicas coherentes con la propia disciplina, y no solo estrategias pedagógicas generales que sirven en diversos dominios (Brousseau, 1997; Barbé et al. 2017).

Asimismo, la didáctica conceptualiza el aprendizaje matemático como un proceso en el que se construyen conocimientos y sus significados vinculados indisolublemente a su funcionalidad, es decir, al cuándo es pertinente utilizar un conocimiento específico y cómo hacerlo (Chevallard 2013). En la literatura pedagógica actual se ha sabido definir a este aprendizaje como aprendizaje profundo (Entwistle, 2001) para distinguirlo de aquel aprendizaje superficial, rígido y sin sentido, que tiende a separar la comprensión del concepto de los procedimientos que permiten aplicarlo en la resolución de problemas determinados. Si bien son aspectos distintos del proceso de aprendizaje, son inseparables de cara a la construcción comprensiva y profunda de los conocimientos (Chevallard, 2019; Espinoza et al. 2016).

Así, por ejemplo, se sabe que las niñas, los niños o adolescentes pueden reconocer lo que es la división, y no saber cuándo ni cómo utilizarla. Esto significa que se trastoca el significado mismo de la división. Es decir, un niño o una niña que conoce el procedimiento algorítmico, pero no sabe en qué contexto utilizarlo, es un niño que no ha comprendido el concepto de división (Espinoza et al. 2009).

De este modo, para responder a los requerimientos de la recuperación de los aprendizajes de las y los estudiantes, vinculada a las problemáticas anteriormente descritas, en la resolución de problemas nos situamos en el centro del aprendizaje de estudiantes que resuelven y formulan problemas, explorando cooperativamente distintos caminos de solución, comprendiendo y reflexionando lo que han realizado, contrastando con lo desplegado por otros pares, explicando, argumentando y justificando su trabajo. En efecto, la resolución de problemas en el aula no es solo una instancia para que apliquen el conocimiento que ya tienen, sino que es una valiosa oportunidad para que lo construyan por sus propios medios con base en una situación problemática (Chevallard, 2015; Bosch et al. 2020).

En este sentido, Halmos (1980) sugirió que resolver problemas es el corazón de las matemáticas. Por su lado, Kleiner (1986) destacó que el desarrollo de conceptos matemáticos se origina en el quehacer de resolver problemas. Diudonne reportó que "la historia de las matemáticas muestra que los avances matemáticos casi siempre se originan en un esfuerzo por resolver un problema específico" (citado en Kleiner, 1986, p. 31).

La propuesta de Reactivación de Aprendizajes Matemáticos, postula que una persona, niño o adulto aprende matemática cuando se involucra en abordar y resolver problemas reales y significativos. De este modo, la propuesta para el Plan sitúa la resolución de problemas como el corazón del trabajo del que aprende (Chevallard, 2019; Brousseau, 1999), y su rol protagónico en la construcción de conocimiento (Chevallard, 2013). Ello comporta, para los que aprenden, abordar una situación problemática utilizando diversos conocimientos matemáticos en el proceso de resolución del problema, los cuales incluyen las habilidades matemáticas explicitadas en el currículum.

Respecto a la situación problemática, esta debe abordar una cuestión o cuestiones esenciales del nuevo conocimiento a aprender, y no solo ejercicios que aborden aspectos ya conocidos. Es igualmente importante que esté dentro de un contexto que dote de sentido y significado al problema. Si la naturaleza del problema propuesto es matemáticamente pobre y/o no está relacionado sustantivamente con el conocimiento que se pretende construir, aunque el contexto sea muy interesante y significativo para quien aprende, no resultará fructífero para su aprendizaje. La calidad de los problemas y los contextos deben ser escogidos de tal forma que sean significativos para quienes aprenden.

Frente a la situación problemática, en un primer momento los estudiantes utilizarán procedimientos o técnicas ya conocidas que les permitirán abordar aspectos parciales de la problemática, pero que, probablemente, les impedirán resolverlo totalmente. En esta fase crucial del proceso, los que la están viviendo reconocerán la necesidad de introducir un nuevo tipo de razonamiento y herramientas distintas, que amplían los conocimientos que ya tienen.

En la búsqueda para resolver el problema, cada docente puede favorecer la indagación por medio de preguntas, planteo de conjeturas, cuestionamientos, entre otros, que permitirán a sus estudiantes utilizar herramientas conocidas y adaptarlas o crear otras nuevas.

Varias ideas clave implícitas en esta breve descripción del proceso de aprender son necesarias de destacar:

- En la resolución de problema se ponen en juego distintas habilidades del pensamiento matemático: modelar matemáticamente, representar ideas y hechos matemáticos, los que van adaptándose, relacionándose y ampliándose. Ello exigirá a quien aprende, en distintos momentos de su producción, explicar, comunicar y argumentar la forma y validez del proceso y su resultado.

- La situación problemática debe poner en juego características esenciales del conocimiento matemático que se pretende que las y los estudiantes construyan. No sirve cualquier problema.

- Para desarrollar la habilidad matemática de resolver problemas, hay que resolver problemas, aunque sea partiendo de situaciones relativamente simples. Durante la resolución de diversos problemas, quien resuelve sistematiza de forma paulatina estrategias, procedimientos y actitudes, alcanzando aprendizajes que le permiten justificar y argumentar matemáticamente sus procedimientos.

- Durante la resolución de problemas, se sistematizan estrategias novedosas, se crean otras nuevas y se refuerzan conexiones entre el conocimiento matemático; a posteriori y por analogía, esto favorecerá extender las prácticas de resolución a otras situaciones.

2.1 Gestión del problema en el aula: ¿por qué la resolución de problemas vuelve al centro de la reactivación?

Una práctica de enseñanza matemática eficaz, señalan Vidal-Szabó, P., y Pizarro-Canales, A. (2021) "debe considerar que los estudiantes se sientan involucrados en la resolución de tareas matemáticas para dar cabida al razonamiento en virtud de múltiples formas de abordaje de un problema y diversas estrategias para revolver. Dado ello, una de las funciones del docente que enseña matemática es dar acceso al discurso matemático por medio de diálogos entre estudiantes para que el curso (comunidad que aprende) se impulse hacia una comprensión común en la medida que se progresa, tomando errores y dificultades como oportunidades de aprendizaje que pueden llegar a ser significativos".

Dado que la gestión del problema en el aula presenta un gran desafío para cada docente, se señalan algunas ideas y preguntas orientadoras del proceso, que se van complejizando a medida que avanzan en las trayectorias formativas.

Algunas preguntas orientadoras para:

- Comprensión del problema: ¿de qué trata la situación?, ¿qué información entrega el enunciado?, ¿qué se solicita en el problema?, ¿se dispone de datos suficientes?, ¿tienes claro lo que sabes y lo que debes averiguar?, ¿podrías realizar un dibujo, diagrama correspondiente al problema?, ¿coincide con la información entregada?

- Planificación de estrategias de resolución: ¿has resuelto un problema como este?, ¿qué estrategia podrías utilizar para resolverlo?, ¿qué operaciones o propiedades de las matemáticas crees que podrías utilizar para resolverlo? Para representar la información del problema, ¿utilizarás material concreto, dibujos, esquemas, tablas, gráficos u otros?

- Resolución del problema matemático: ¿qué estrategia utilizaste para resolver el problema?, ¿cómo llegaste a ese resultado?, ¿podrías realizar un dibujo o gráfico para visualizar la situación?, ¿puedes llevar un registro de lo que haces?, ¿qué otra estrategia podrías utilizar para el resolver el problema?, ¿quién lo resolvió de otra manera?, ¿cuál?, ¿en qué se diferencia tu estrategia con la de tu par?, ¿es posible pensar que hay varias estrategias de solución?, ¿con qué dificultades te encostraste para resolver el problema?, ¿la solución que encontraste es pertinente a la solución?

- Comprobación y reflexión del problema matemático: ¿cómo compruebas que es el resultado correcto?, ¿es el resultado obtenido la respuesta de la pregunta?, ¿cómo llegaste a esta solución?, ¿es válida la solución?, ¿es la única solución del problema o puede haber más de una solución?, ¿a qué conclusión llegaste?, ¿son razonables mis conclusiones?

- La metacognición: ¿qué conocimientos matemáticos te ayudó a resolver el problema?, ¿qué has aprendido?, ¿qué dificultades tuviste?, ¿para qué te ha servido lo que aprendiste?, ¿cuáles fueron tus aprendizajes al resolver el problema?, ¿cómo podrías explicar o mostrar tu trabajo al curso?, ¿qué más podrías agregar a la solución?, ¿cómo puedes convencer a tus pares y docente que tu opinión es la más adecuada?

2.2 Resolución de problemas en el currículum nacional

Las habilidades matemáticas que plantea el currículum nacional corresponden a resolver problemas, argumentar y comunicar, representar y modelar. Se puede decir que la resolución de problemas es fundamental para el desarrollo de las otras tres habilidades (Felmer y Perdomo-Díaz, 2017). Para resolver problemas es necesario representar y modelar, favoreciendo instancias para comunicar y razonar matemáticamente las ideas de tal forma que, en grupos pequeños o con todo el curso, se pueden socializar las soluciones y estrategias empleadas para determinar resultados.

La Reactivación de Aprendizajes se focaliza en la Resolución de Problemas para desarrollar las Habilidades Matemáticas, en contextos del Pensamiento Matemático. Es necesario destacar que el foco está puesto en el desarrollo mismo del problema y no, necesariamente, en encontrar el resultado correcto.

Respecto a la resolución de problemas, las Bases Curriculares de 1° a 6° básico señalan que:

> **La resolución de problemas es el foco de la enseñanza de la Matemática. Se busca promover el desarrollo de formas de pensamiento y de acción que posibiliten a los estudiantes procesar información proveniente de la realidad y así profundizar su comprensión acerca de ella y de los conceptos aprendidos. Contextualizar el aprendizaje mediante problemas reales relaciona la matemática con situaciones concretas, y facilita así un aprendizaje significativo de contenidos matemáticos fundamentales. Resolver problemas da al estudiante la ocasión de enfrentarse a situaciones desafiantes que requieren, para su resolución, variadas habilidades, destrezas y conocimientos que no siguen esquemas prefijados y, de esta manera, contribuye a desarrollar confianza en las capacidades propias de aprender y de enfrentar situaciones, lo que genera, además, actitudes positivas hacia el aprendizaje (MINEDUC, 2012, p. 215).**

De la misma forma, las Bases Curriculares de 7° básico a 2° medio sostienen que:

> **“Comprender las matemáticas y aplicar los conceptos y procedimientos a la resolución de problemas reales, es fundamental para los ciudadanos en el mundo moderno. Para resolver e interpretar una cantidad cada vez mayor de problemas y situaciones de la vida diaria, en contextos profesionales, personales, laborales, sociales y científicos, se requiere de un cierto nivel de comprensión de las matemáticas, de razonamiento matemático y del uso de herramientas matemáticas (MINEDUC, 2015, p.104)”.**

Resolver problemas implica no solo poner en juego un amplio conjunto de habilidades, sino también creatividad para diseñar y verificar diversas formas de resolución. Al poner el foco en la resolución de problemas, se busca que las y los estudiantes comprendan que los conocimientos matemáticos corresponden a una sistematización u ordenamiento de saberes matemáticos que son usados en el cotidiano de las personas y en la vida diaria de las comunidades, así como en la interdisciplinariedad en el estudio de diversas situaciones o fenómenos.

Para resolver problemas, pueden emplear diversas estrategias y procedimientos, entre las cuales podemos mencionar:

- utilizando material concreto
- empleando diversas estrategias de cálculo y/o algoritmos
- utilizando comparaciones, composiciones y/o transformaciones
- entre otras

3. Ejemplos de problemas

A continuación, se presentan cinco ejemplos correspondientes a Resolución de problemas bajo la modalidad intradisciplinar e interdisciplinar, perteneciente a un contexto del cotidiano. Además, se reportan diversas estrategias, a modo de ejemplo, por donde podrían transitar los desarrollos estudiantiles.

3.1 Resolver Problemas en números (*intradisciplinar*)

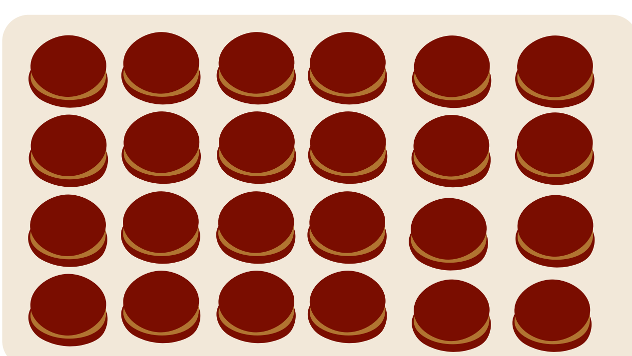
Nivel: 4°EB

OA7 (basal) Resolver Problemas rutinarios y no rutinarios en contextos cotidianos, que incluyan dinero, seleccionando y utilizando la operación apropiada.

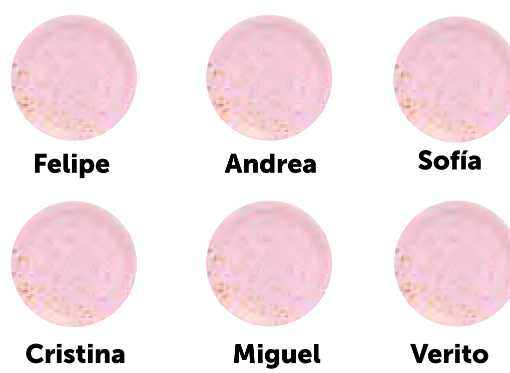
OA6 (basal) Demostrar que comprenden la división con dividendos de dos dígitos y divisores de un dígito:

- usando estrategias para dividir con o sin material concreto
- utilizando la relación que existe entre la división y la multiplicación
- estimando el cociente
- aplicando la estrategia por descomposición del dividendo
- aplicando el algoritmo de la división

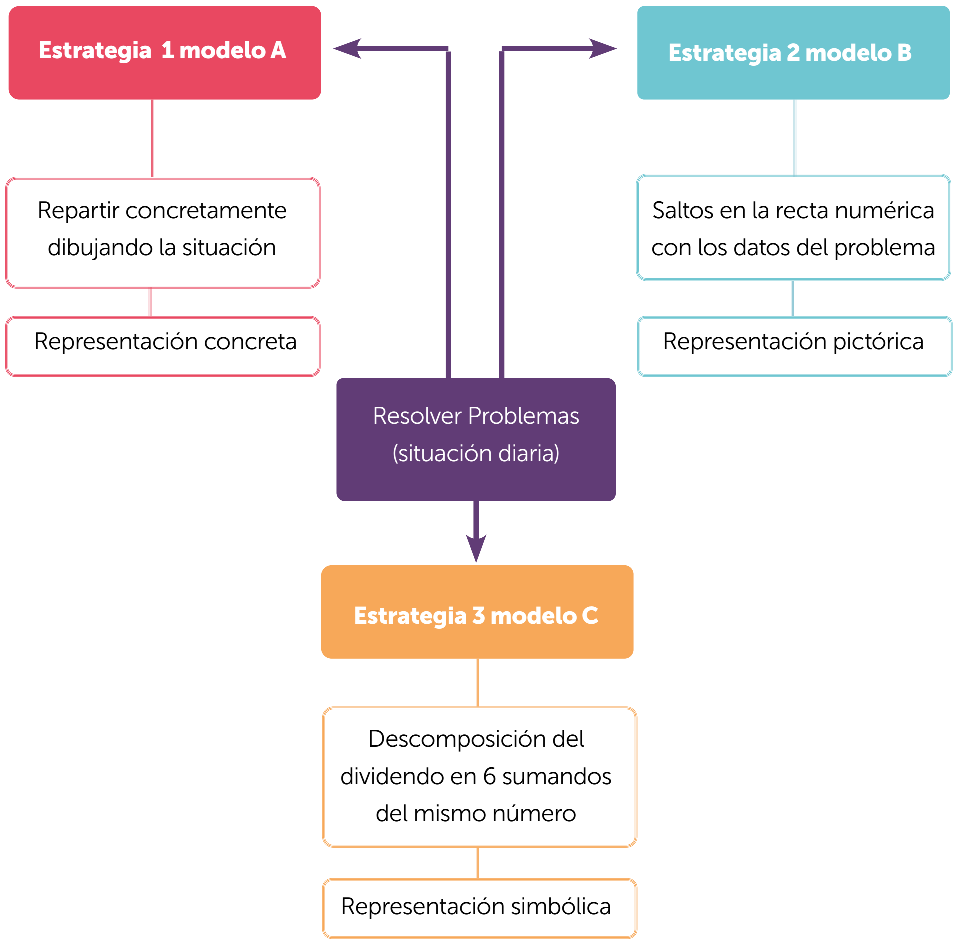
Situación: Al final del cumpleaños de Manuela su mamá quiere repartir 24 alfajores a los 6 invitados para que los lleven a sus casas. Idea una estrategia para repartirlos equitativamente.



Bandeja con 24 alfajores



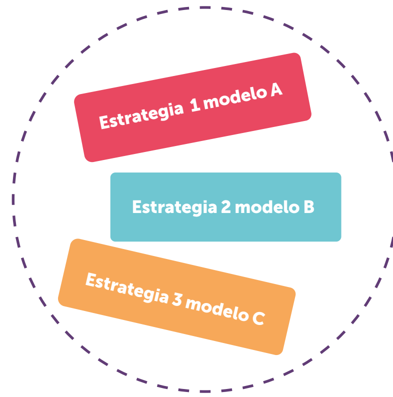
Esquema didáctico de habilidades:



Esquema didáctico para la realización en la sala de clases:

Variante 1: Trabajo en grupos formados al azar. Los grupos reciben tarjetas con palabra clave del modelo

Estrategia 1 modelo A →	Reparto concreto
Estrategia 2 modelo B →	Saltos en la recta numérica
Estrategia 3 modelo C →	Descomponer dividendo



Sacar al azar las estrategias para formar los grupos y dar vuelta a las tarjetas para ver la estrategia.

Variante 2: Trabajo en grupos distribuidos por el(a) profesor(a) según diferenciación interna del curso.

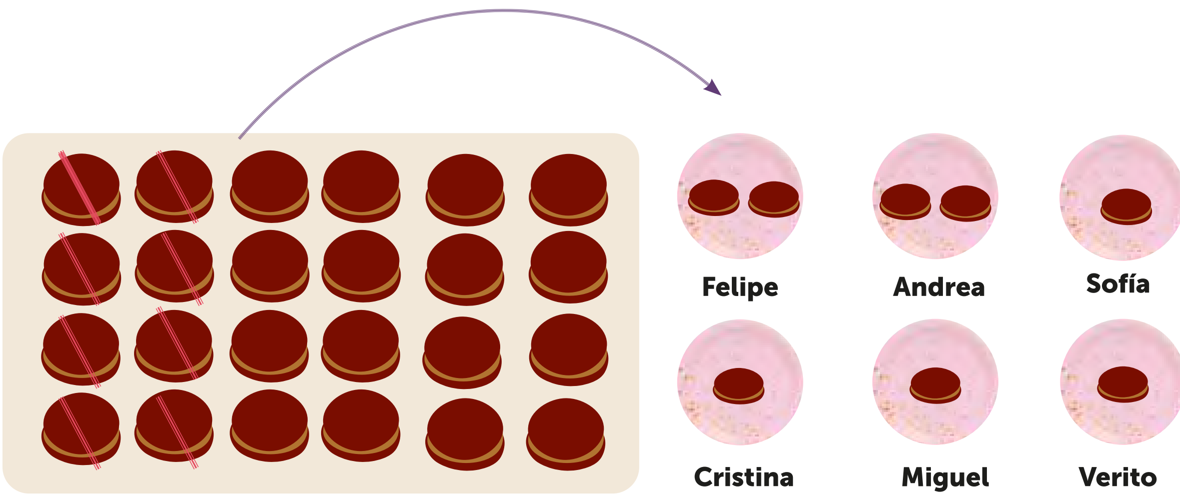
Estrategia 1 modelo A →	Reparto concreto	Grupo 1
Estrategia 2 modelo B →	Saltos en la recta numérica	Grupo 2
Estrategia 3 modelo C →	Descomponer dividendo	Grupo 3

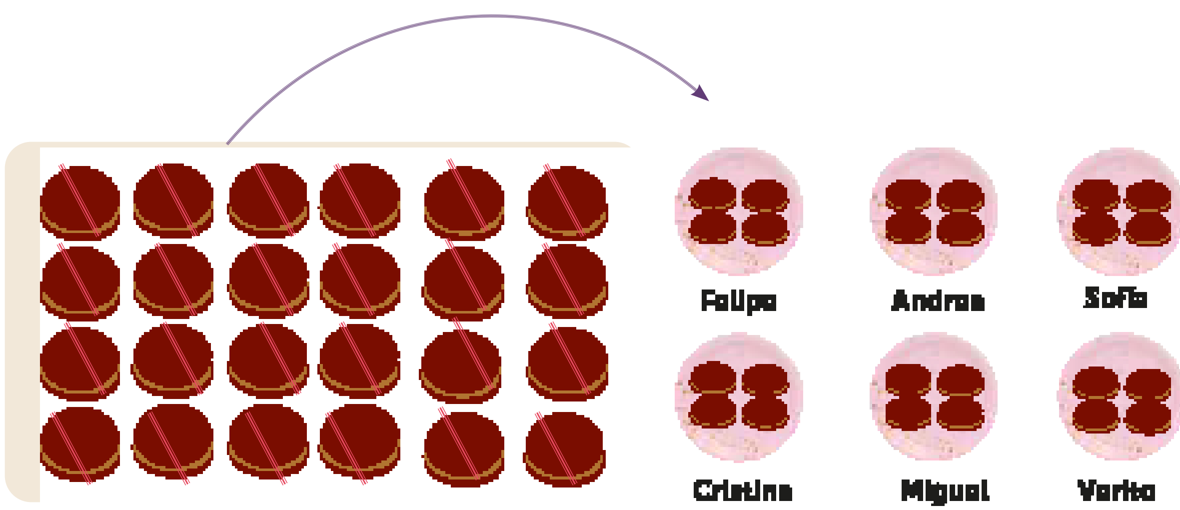
Solución de varias estrategias

Estrategia 1 modelo A

Representar concretamente el reparto y comunicar la solución.

Procedimiento: tachar un alfajor en la bandeja y "ponerlo" en las bolsitas.



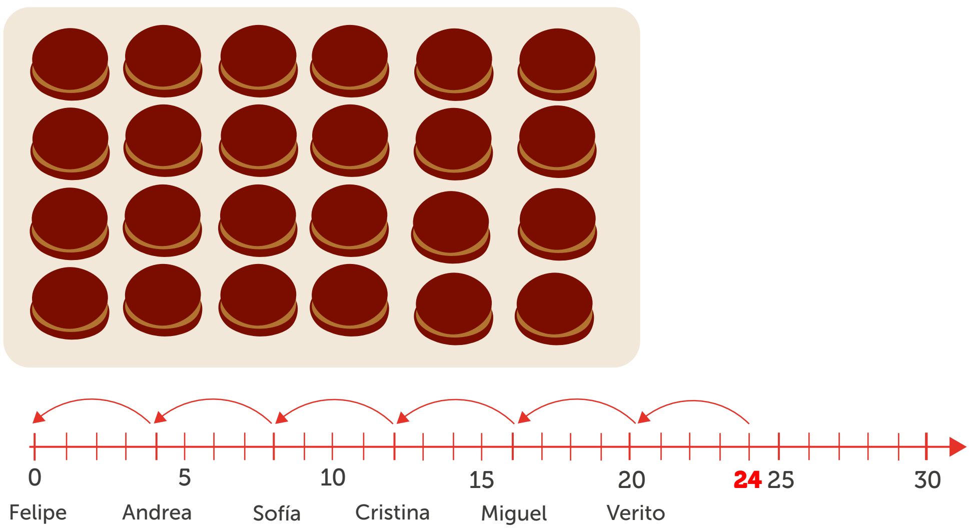


Solución: Cada uno de los seis amigos lleva 4 alfajores en su bolsita.

Estrategia 2 modelo B

Representar pictóricamente en la recta numérica el reparto de los 24 alfajores y comunicar la solución.

Bandeja con 24 alfajores



Solución: La cantidad de saltos representa los 6 amigos y el largo "4" de los saltos representa los alfajores que recibe cada uno.

Estrategia 3 modelo C

Reconocer que la división representa el reparto de los 24 alfajores a los 6 amigos y asignar el número 24 al dividendo, el número 6 al divisor y el cociente que resulta al número de alfajores que recibe cada uno.

$$24 = \underbrace{4+4+4+4+4+4}_{\text{6 Sumandos de 4}}$$

24: 6 = 4

Solución: Cada uno recibe 4 de los 24 alfajores.

3.2 Resolver Problemas en números (*intradisciplinar*)

Operatoria con fracciones

Nivel: 6°EB

OA8 (basal): Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.

Nivel: 7°EB

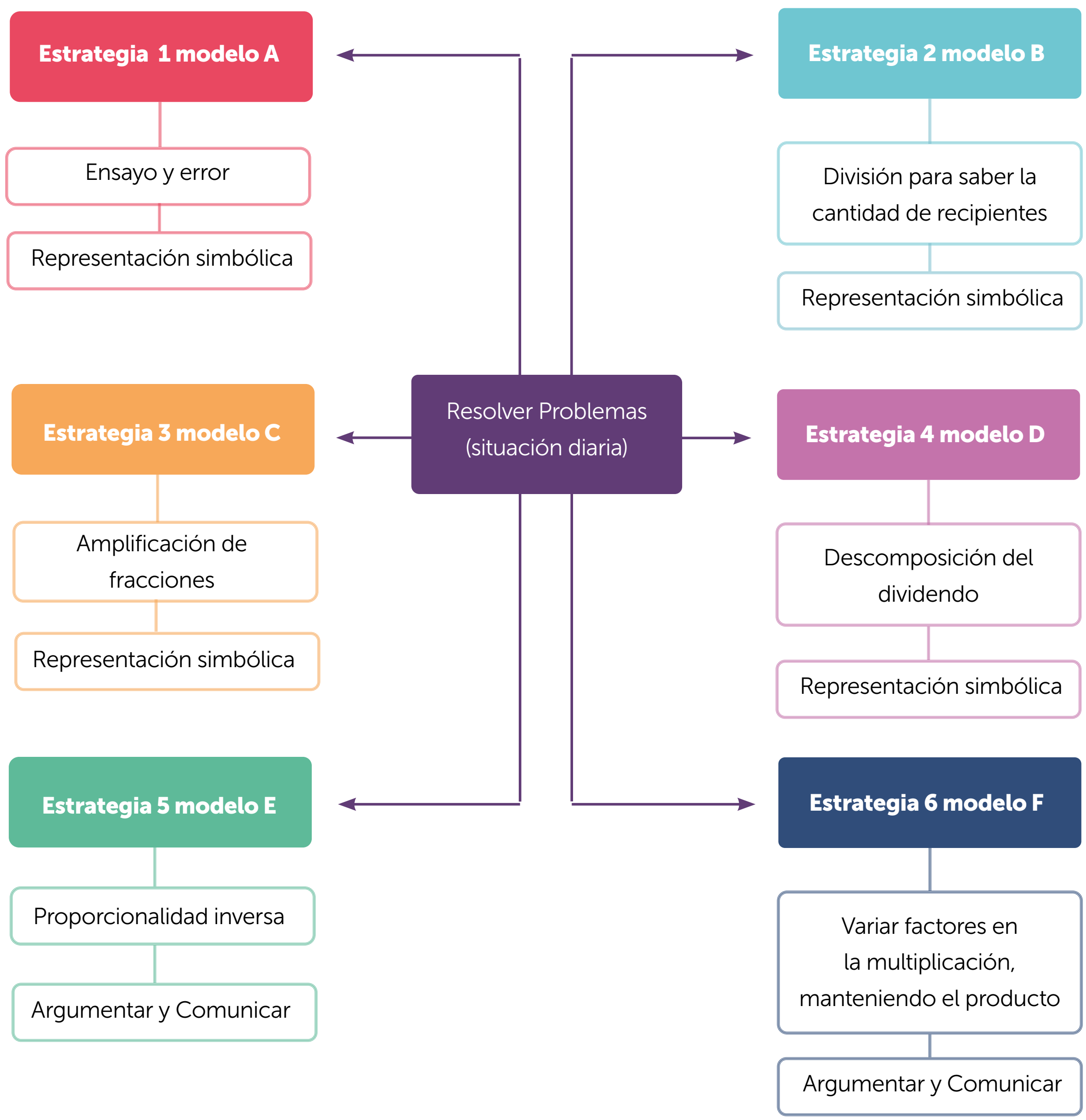
OA3 (basal): Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con software educativo).

OA8 (basal): Mostrar que comprenden las proporciones directas e inversas:

- realizando tablas de valores para relaciones proporcionales
- graficando los valores de la tabla
- explicando las características de la gráfica
- resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas

Situación: Sofía y Manuel quieren pintar la casita de su jardín y tienen un balde de pintura en un verde que está muy claro. Para obtener un verde más oscuro se recomienda agregar la cantidad exacta de 3/4 litro de color negro del cual tienen un resto. Para medir esta cantidad de color negro, tienen un vaso de 1/8 litro. ¿Cuántos vasitos de 1/8 litro de pintura negra hay que echar en el balde de pintura verde? Elaboran varias estrategias para resolver la situación.

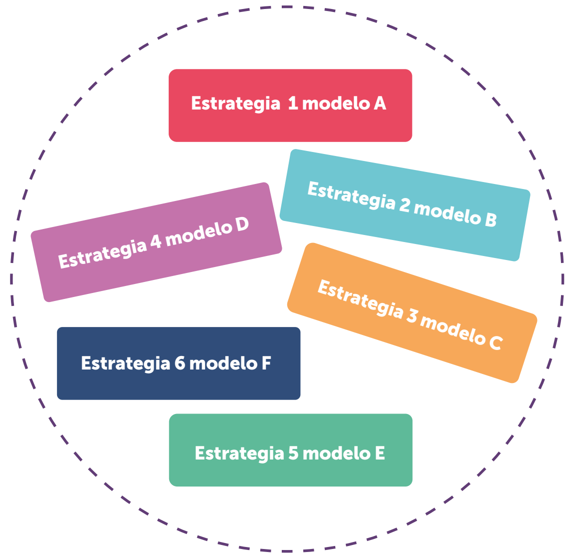
Esquema didáctico de habilidades



Esquema didáctico para la realización en la sala de clases:

Variante 1: Trabajo en grupos formados al azar. Los grupos reciben tarjetas con palabra clave del modelo

Estrategia 1 modelo A →	Sumar y verificar
Estrategia 2 modelo B →	Dividir fracciones
Estrategia 3 modelo C →	Amplificar fracciones
Estrategia 4 modelo D →	Descomponer dividendo
Estrategia 5 modelo E →	Proporcionalidad inversa
Estrategia 6 modelo F →	Factores en producto



Sacar al azar las estrategias para formar los grupos y dar vuelta a las tarjetas para ver estrategias

Variante 2: Trabajo en grupos distribuidos por cada docente según diferenciación interna del curso.

Estrategia 1 modelo A →	Sumar y verificar →	Grupo 1
Estrategia 2 modelo B →	Dividir fracciones →	Grupo 2
Estrategia 3 modelo C →	Amplificar fracciones →	Grupo 3
Estrategia 4 modelo D →	Descomponer dividendo →	Grupo 4
Estrategia 5 modelo E →	Proporcionalidad inversa →	Grupo 5
Estrategia 6 modelo F →	Factores en producto →	Grupo 6

Sacar al azar las estrategias para formar los grupos y dar vuelta a las tarjetas para ver estrategias.

Estrategia 1 modelo A

"Try and Error" Sumar iteradamente la fracción hasta que llegue en lo posible a la fracción $\frac{3}{4}$.

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\frac{1}{8}+\frac{1}{8}}_{\frac{1}{4}}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}}_{\frac{2}{4}}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}}_{\frac{3}{4}}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\ldots$$

Son 6 sumandos para llegar a $\frac{3}{4}$

Se necesitan 6 vasos de $\frac{1}{8}$ de litro

Estrategia 2 modelo B

Repartir una cantidad en envases más pequeños del tamaño conocido y determinar la cantidad necesaria de los envases.

Cambio de la situación: Se echan $\frac{3}{4}$ litro de agua en vasos de $\frac{1}{8}$ litro.

¿Cuántos vasos se necesitan? $\frac{3}{4} : \frac{1}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{1} = 6$

Entonces se necesitan 6 vasos de $\frac{1}{8}$ litro.

División como modelo para repartir cosas (con números naturales 1° EB)

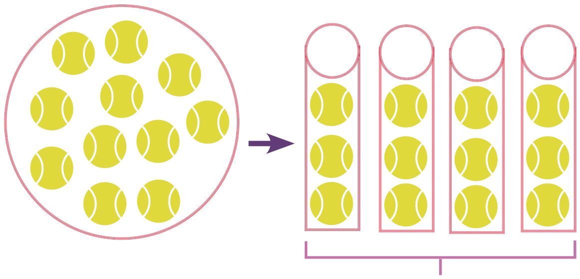
Repartir 12 pelotas de tenis en tubos de 3 pelotas.

¿Cuántos tubos se necesita?

División como modelo para repartir cantidades (con fracciones 7° EB)

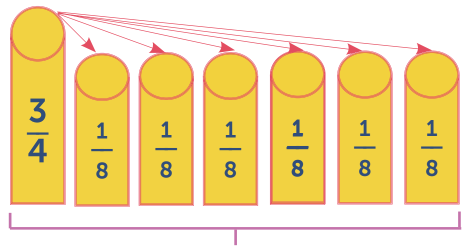
Repartir $\frac{3}{4}$ de litro de pintura en vasos de $\frac{1}{8}$

¿Cuántos vasos se necesita?



4 tubos

$12 : 3 = 4$



6 vasos

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{8} = 6$$

Estrategia 3 modelo C

Amplificar la fracción $\frac{3}{4}$ a la fracción $\frac{6}{8}$ y representar como suma de fracciones.

$$\frac{3}{4} + \frac{6}{8} \qquad \frac{6}{8} = \underbrace{\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}}$$

Son 6 sumandos para llegar a $\frac{3}{4}$ Entonces se necesitan 6 vasos de $\frac{1}{8}$ de litro

Estrategia 4 modelo D

scomponer el dividendo $\frac{3}{4}$ en sumandos iguales, descomponer los sumandos en 2 partes iguales y determinar el número de los sumandos.

$$\frac{3}{4} = \underbrace{\frac{1}{4}} + \underbrace{\frac{1}{4}} + \underbrace{\frac{1}{4}}$$

$$\frac{3}{4} = \underbrace{\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}}$$

Son 6 sumandos de $\frac{1}{8}$ Entonces se necesitan 6 vasos de $\frac{1}{8}$ de litro

Estrategia 5 modelo

Considerar la definición de una fracción y aplicar la propiedad de la proporcionalidad inversa (Razonar, Argumentar y Comunicar).

Considerar, que $\frac{3}{4}$ litro son 3 partes iguales del tamaño $\frac{1}{4}$ litro.

Considerar, que $\frac{1}{8}$ litro es la mitad de $\frac{1}{4}$ litro.

¿Cuántas partes iguales de la mitad del tamaño anterior serían $\frac{3}{4}$ litro?

Antes eran 3 partes iguales y ahora deben ser el doble con la mitad del tamaño (2·3=6)

Entonces se necesitan 6 vasos de $\frac{1}{8}$ litro.

Estrategia 6 modelo F

Variar factores de un producto, pero el producto debe mantenerse igual (Razonar, Argumentar y Comunicar).

Considerar el siguiente producto: $\frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{3}{4}$

$$\begin{array}{ccccc} \frac{1}{4} & \cdot & 3 & = & \frac{3}{4} \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ :2 & & \cdot 2 & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ \frac{1}{8} & \cdot & 6 & = & \frac{3}{4} \end{array}$$

El producto con nuevos factores $\frac{1}{8} \cdot 6 = \frac{3}{4}$ Se necesitan 6 vasitos de $\frac{1}{8}$ litro.

3.3 Resolver problemas en geometría (*interdisciplinar*)

Bisectriz como línea que separa el área angular en dos partes iguales. Rotaciones en el plano.

Nivel: 7°EB

OA12 (basal): construir objetos geométricos de manera manual y/o con software educativo:

- líneas, como las perpendiculares, las paralelas, las bisectrices y alturas en triángulos y cuadriláteros
- puntos, como el punto medio, el centro de gravedad, el centro del círculo inscrito y del circunscrito de un triángulo
- triángulos y cuadriláteros congruentes

Nivel: 8°EB (basal)

OA13 (basal): Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con software educativo, utilizando:

- los vectores para la traslación
- los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión
- los puntos del plano para las rotaciones

Actividad interdisciplinar con Historia, Geografía y Ciencias Sociales

Nivel: 7°EB

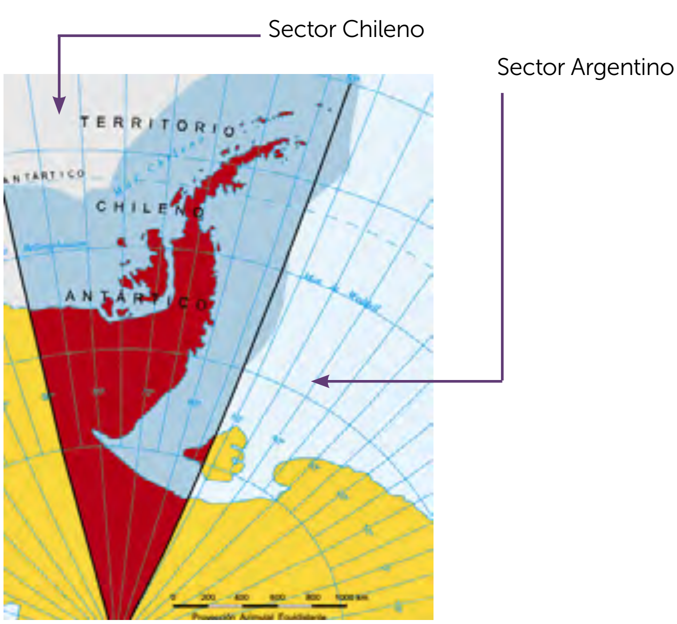
OA23 (basal): Investigar problemáticas medioambientales relacionados con fenómenos como calentamiento global, los recursos energéticos, la sobrepoblación, entre otros, y analizar y evaluar su impacto a escala local.

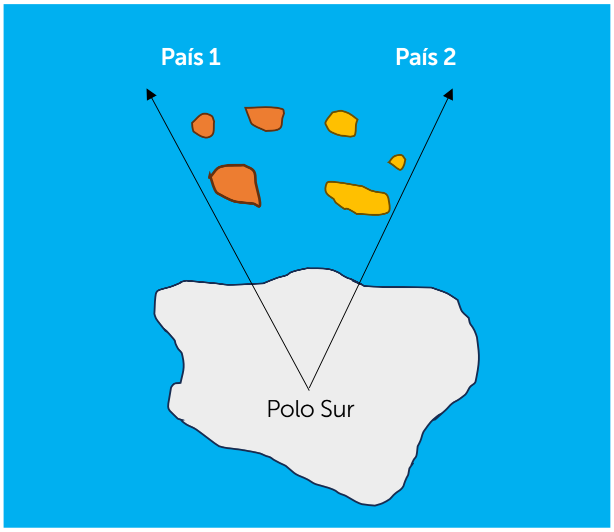
Nivel: 8°EB

OA20 (basal): Explicar los criterios que definen una región, considerando factores físicos y humanos que la constituyen.

Situación: Los dos archipiélagos dentro del mismo campo angular (sector), que lleva al Polo Sur, pertenecen a dos estados diferentes. Según razones geopolíticas se decide trazar una línea de demarcación que divide el sector en dos partes de tal manera, que ambos países tengan un "área justa" en la Antártida que termina en el Polo Sur. En el dibujo 1 real, el sector chileno tiene un ángulo más grande que Argentina porque tiene una mayor área frente a la Antártida.

Tarea: Tracen en el dibujo esquemático esta línea mediante una construcción geométrica.





Esquema didáctico de habilidades:

Argumentar y comunicar Argumentos geopolíticos Articulación con Historia, Geografía y Ciencias Sociales

Estrategia 1 modelo A Bisectriz (7° OA12)

Argumentar mediante la propiedad de la bisectriz

Reactivar: Construcción concreta con regla y compás

Realizar: Construcción concreta con regla y compás en el dibujo esquemático

Resolver problemas (situación diaria)

Representación final Concreta/ Pictórica

Argumentar y comunicar Argumentos geométricos respetando aspectos geopolíticos

Estrategia 2 modelo B Rotación (8°OA13)

Argumentar mediante la propiedad de la rotación

Reactivar: Medición de ángulos y rotación con ángulo dado

Realizar: Medición de ángulos y rotación posterior con la mitad del ángulo dado en el dibujo

Esquema didáctico para la realización en la sala de clases:

Variante 1: Trabajo en grupos formados al azar. Los grupos reciben tarjetas con palabra clave del modelo

Estrategia 1 modelo A → Bisectriz

Estrategia 2 modelo B → Rotación

Grupo 1
Grupo 2
Grupo 3
Grupo 4
Grupo 5
Grupo 6

Estrategia 1 modelo A
Estrategia 2 modelo B
Estrategia 1 modelo A
Estrategia 2 modelo B
Estrategia 1 modelo A
Estrategia 2 modelo B

Sacar al azar las estrategias para formar los grupos y dar vuelta a las tarjetas para ver estrategias

Variante 2: Trabajo en grupos distribuidos por el(a) profesor(a) según diferenciación interna del curso.

Estrategia 1 modelo A → Bisectriz → Grupo 1

Estrategia 2 modelo B → Rotación → Grupo 2

Estrategia 1 modelo A → Bisectriz → Grupo 3

Estrategia 2 modelo B → Rotación → Grupo 4

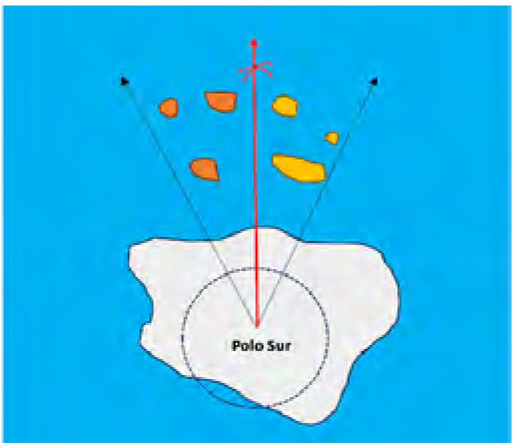
Estrategia 1 modelo A → Bisectriz → Grupo 5

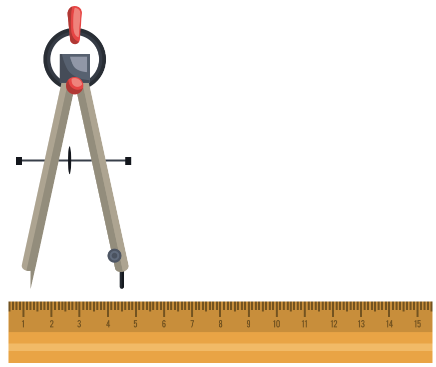
Estrategia 2 modelo B → Rotación → Grupo 6

Sacar al azar las estrategias para formar los grupos y dar vuelta a las tarjetas para ver estrategias.

Estrategia 1 modelo A (verdadera construcción con **OA12 de 7°**)

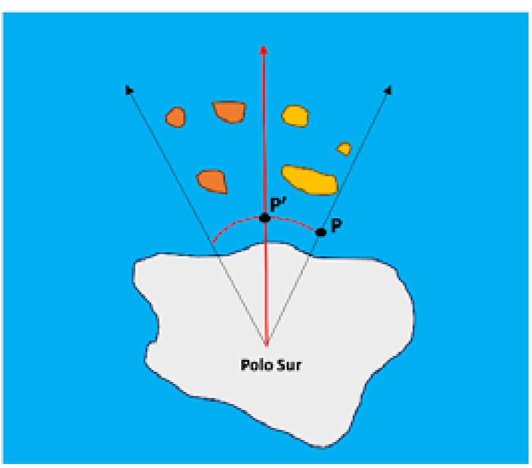
Se separa el sector en dos partes de tal manera, que los puntos de esta línea tengan la misma distancia del rayo izquierdo como del rayo derecho. Esta línea se llama "bisectriz". Se construye la bisectriz con compás y regla y se explica y se argumenta y comunica tu construcción.

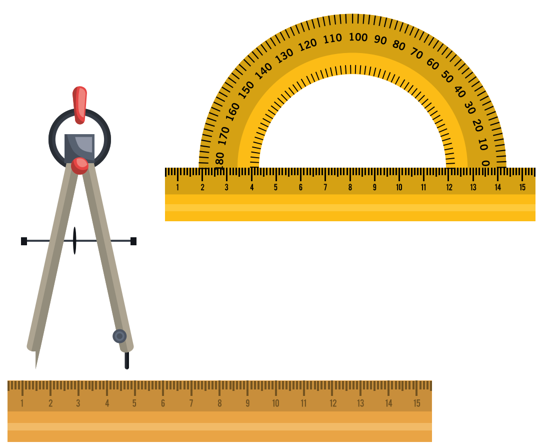




Estrategia 2 modelo B ((Procedimiento según **OA13 de 8°EB** que incluye la medición de ángulos).

Se mide el ángulo del sector y se marca un punto P en el rayo derecho. Se realiza una rotación del punto P alrededor del "polo sur" con el ángulo que mide la mitad del ángulo del sector, resultando P´. El rayo que junta el "polo sur" con el punto P´ es la bisectriz del sector que resuelve el problema.





3.4 Resolver problemas en funciones y álgebra (*intradisciplinar*)

Sistemas de ecuaciones lineales (2 x 2) para encontrar el instante en el cual dos cambios lineales se igualen.

Nivel: 1°EM

OA4 (basal): Resolver sistemas de ecuaciones lineales relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.

Actividad *intradisciplinar* con el nivel anterior

Nivel: 8°EB (basal): Mostrar que comprenden la función afín:

- generalizándola como la suma de una constante con una función lineal
- trasladando funciones lineales en el plano cartesiano
- determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo
- relacionándola con el interés simple
- utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas

Situación: Una tienda de artículos de comunicación vende aproximadamente 500 celulares al mes del modelo A. En el mes de marzo, la empresa promociona el modelo B vendiendo 50 ejemplares. En el mes de abril la venta del modelo A se disminuye en 25 unidades y la venta del modelo B aumenta en 50 unidades.

Problema: Asumiendo que se mantienen las condiciones de venta señaladas anteriormente, ¿en qué mes la venta del modelo B igualará a la venta del modelo A? Resuelven el problema mediante representaciones diferentes.

Varias estrategias para la solución del problema

Resolver Problemas (situación diaria)

Estrategia 1 modelo A

- Comparar con tablas
- Representación pictórica

Estrategia 2 modelo B

- Saltos en la recta numérica
- Representación pictórica

Estrategia 3 modelo C

- Gráfico de doble barra
- Representación pictórica

Estrategia 4 modelo D

- Intersección de gráficos de funciones afines
- Representación pictórica

Estrategia 5 modelo E

- Sistema 2x2 de ecuaciones lineales
- Representación simbólica

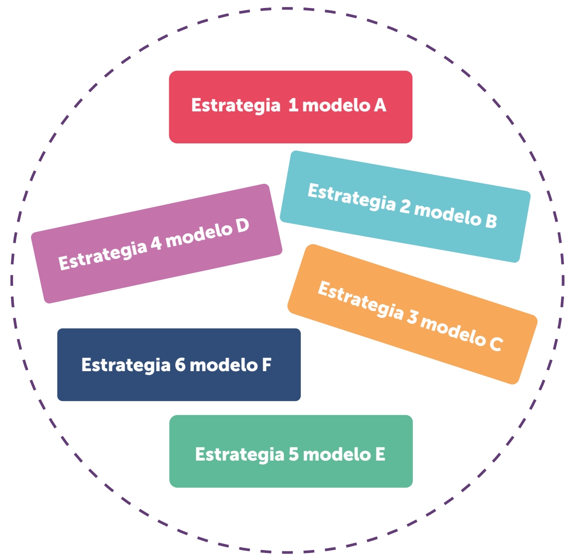
Estrategia 6 modelo F

- Elaborar la función de la diferencia de las ventas y determinar en qué mes llega a "0"
- Argumentar y comunicar Representación simbólica

Esquema didáctico para la realización en la sala de clases:

Variante 1: Trabajo en grupos formados al azar. Los grupos reciben tarjetas con palabra clave del modelo

Estrategia 1 modelo A →	Comparar tablas
Estrategia 2 modelo B →	Recta numérica
Estrategia 3 modelo C →	Doble barras
Estrategia 4 modelo D →	Intersección de líneas
Estrategia 5 modelo E →	Sistema 2x2 ecuaciones
Estrategia 6 modelo F →	Diferencia de ventas



Sacar al azar las estrategias para formar los grupos y dar vuelta a las tarjetas para ver estrategias

Variante 2: Trabajo en grupos distribuidos por el(a) profesor(a) según diferenciación interna del curso.

Estrategia 1 modelo A →	Comparar tablas →	Grupo 1
Estrategia 2 modelo B →	Recta numérica →	Grupo 2
Estrategia 3 modelo C →	Doble barras →	Grupo 3
Estrategia 4 modelo D →	Intersección de líneas →	Grupo 4
Estrategia 5 modelo E →	Sistema 2x2 ecuaciones →	Grupo 5
Estrategia 6 modelo F →	Diferencia de ventas →	Grupo 6

Estrategia 1 modelo A

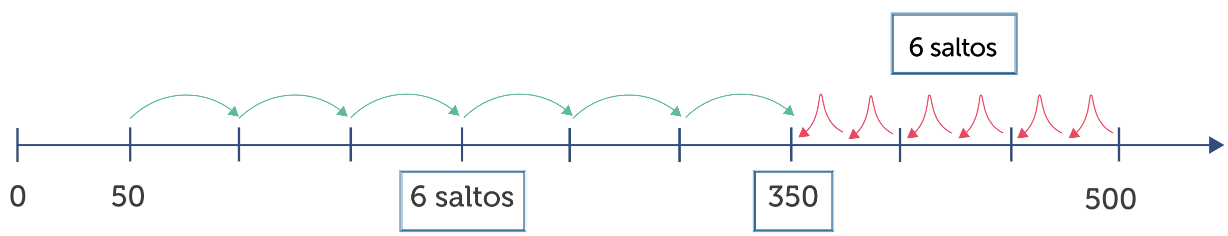
Tabla en la cual se ponen sucesivamente las ventas de ambos modelos.

	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	
x	0	1	2	3	4	5	6	7
A	500	475	450	425	400	375	350	325
B	50	100	150	200	250	300	350	400

En el 6º mes (septiembre) después del inicio de la observación ambas ventas se igualan en 350.

Estrategia 2 modelo B

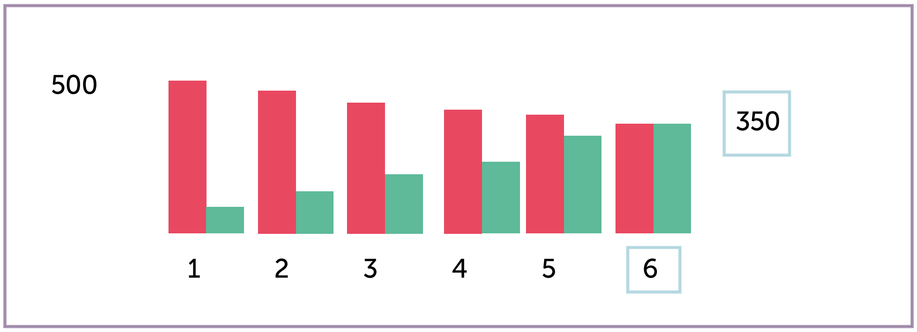
Saltos en la recta numérica ascendentes y descendentes y registrar la igualdad de venta.



Con 6 saltos (en el 6º mes, septiembre) después del inicio de la observación ambas ventas se igualan en 350.

Estrategia 3 modelo C

Gráfico de doble barra (ascendente y descendente) y registrar la igualdad de venta mediante la altura de las barras.



Con 6 doble barras (en el 6° mes, septiembre) después del inicio de la observación ambas ventas se igualan en 350 celulares vendidos.

Estrategia 4 modelo D

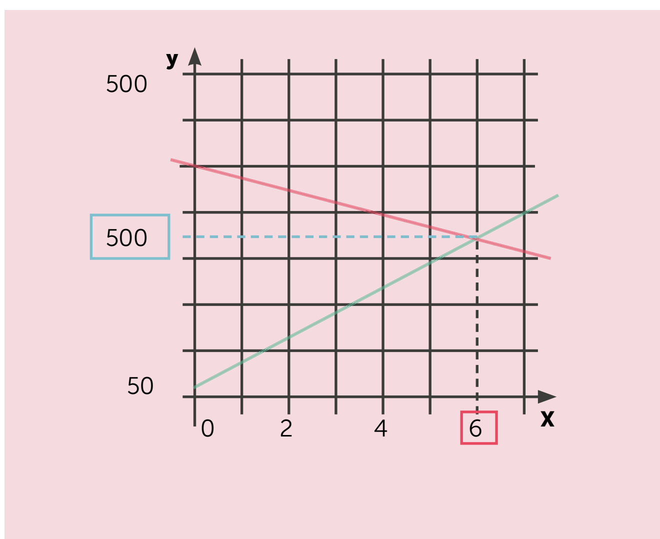
Elaborar las ecuaciones de las funciones afines de ambas ventas y dibujar los gráficos.

(1) $y = 500 - 25x$

(2) $y = 50 + 50x$

La variable **X** representa los meses a partir de marzo (x=0).

La variable **y** representa la venta (en unidades).



En el 6° mes (septiembre) después del inicio de la observación ambas ventas se igualan en 350.

Estrategia 5 modelo E

Elaborar el sistema de las ecuaciones (2 x 2) que modelan las ventas y resolverlo simbólicamente (favorablemente por la igualación de ambas ecuaciones).

(1) $y = 500 - 25x$

(2) $y = 50 + 50x$

(1) = (2)
$y = y$

$500 - 25x = 50 + 50x$
$500 - 50 = 50x + 25x$
$450 = 75x$
$6 = x$

Insertar en (2)
$y = 50 + 50 \cdot 6$
$y = 350$

El par ordenado (6,350) resuelve el sistema 2x2.
En el 6 mes (septiembre) ambas ventas se igualan en 350.

Estrategia 6 modelo F

Elaborar la ecuación de la diferencia de ambas ventas y determinar el instante en el cual la diferencia llega a cero "0", momento en que las ventas se igualan.

Modelo A: $A(X) = 500 - 25X$
Modelo B: $B(X) = 50 + 50X$
Variable x meses a partir de marzo (x=0)
Diferencia $D = A(X) - B(X)$
$D(X) = 500 - 25X - (50 + 50X)$
$D(X) = 450 - 75X$
Para igualar se debe considerar $D(x) = 0$
$450 - 75x = 0$
$450 = 75x$
$6 = x$
En el sexto mes (septiembre) se iguala las compras.
Reemplazar x = 6 en la ecuación del modelo B
Resultado $B(6) = 50 + 50 \cdot 6 = 350$
Las ventas se igualan en 350 celulares vendidos.

3.5 Resolver problemas con un modelo probabilístico (*intradisciplinar*)

Modelo binomial para tomar una decisión en el ámbito turístico.

Nivel: 4°EM

OA2 (basal): Fundamentar decisiones de incerteza, a partir del análisis crítico de datos estadísticos y con base en los modelos binomial y normal.

Actividad *intradisciplinar* Matemática con Ciencias para la ciudadanía

Nivel: 3° o 4°EM

Módulo 4 OA1 Diseñar proyectos que permitan resolver problemas personales y/o locales de diversos ámbitos de la vida (como vivienda y transporte entre otros).

Situación: Una empresa turística ubicada en la orilla de un lago planifica arrendar kayaks. A base de los datos meteorológicos regionales se estima que en un 68% de los días haya condiciones climáticas favorables para realizar paseos de kayak en el lago.

Problema: Para la amortización de sus inversiones, la empresa quiere conocer con cuántos días favorables se puede contar en una semana. Además, la empresa encuentra necesario para la amortización de sus inversiones que haya una probabilidad mayor de 60% de tener al menos 4 días con condiciones favorables en una semana. Se quiere conocer la probabilidad de que esto ocurra bajo las condiciones climáticas dadas. Determinen las probabilidades de las ocurrencias.

Argumentar y Comunicar

¿Qué modelo probabilístico?

¿Producto de Probabilidades?

¿Modelo Binomial?

Valor esperado μ	**Resolver Problemas** (situación proyecto)	Modelo Binomial
$P(X \geq 4)$	“Diagrama de fósforos”	Definir variable aleatoria
Solución simbólica	Árbol de probabilidad	Modelar
Toma de decisión	Representación pictórica	
Representación simbólica		

Esquema didáctico para la realización en la sala de clases

Fase 1: Argumentar y Comunicar mediante trabajo en grupos

Modelo A: Producto de las probabilidades de los eventos "buen tiempo" o "mal tiempo"

Modelo B: Distribución binomial

Modelo B: Distribución normal

Fase 2: Todos los grupos siguen con el modelo adecuado Binomial

Completar el árbol de probabilidad hasta el séptimo nivel

Determinar la variable aleatoria X que representa los días de "buen tiempo"

Reconocer la fórmula de Bernoulli $P(X=k)=\left[\begin{smallmatrix} n \\ k \end{smallmatrix}\right] \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

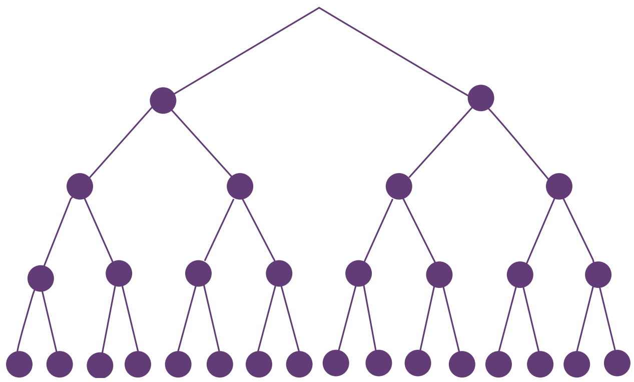
Aplicar la fórmula de Bernoulli
$P(X=k)=\left[\begin{smallmatrix} n \\ k \end{smallmatrix}\right] \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$ **para** $n=7$

Fase 3: Representar la distribución binomial del problema en un diagrama de fósforos

Determinar el valor esperado μ de la variable aleatoria X y marcarlo en el diagrama (punto de equilibrio)

Fase 4: Determinar la probabilidad de contar por lo menos con 4 días de tiempo favorable para andar en kayak

Tomar la decisión, a la base de los resultados obtenidos, de empezar o desistir del proyecto

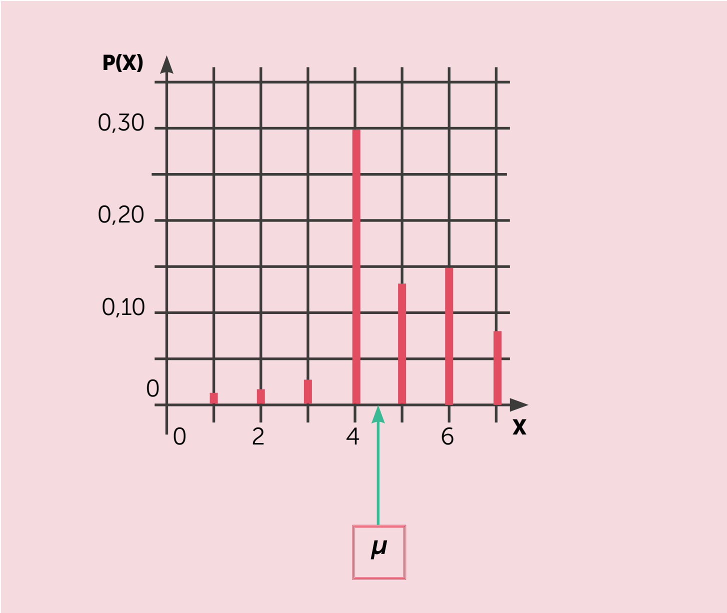


Solución:

- Se puede aplicar el modelo binomial porque es una situación de "sí" o "no".
- Se determina una variable aleatoria X representa los días favorables.
- Se reconoce la fórmula de Bernoulli $P(X=k)=\left[\begin{smallmatrix} n \\ k \end{smallmatrix}\right]\cdot p^{k}\cdot(1-p)^{n-k}$ para n=7
- Se elabora la tabla que registra las probabilidades $P(X=x_i)$ hasta el 5° decimal.
- Se dibuja y muestra la distribución de la variable aleatoria X.
- Se determina la cantidad de días favorables con los cuales se puede contar en una semana durante esta temporada (valor esperado) $\mu = n \cdot p = 7 \cdot 0{,}68 = 4{,}76$.

$x=x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X= x_i	0,00002	0,00051	0,00474	0,02467	0,30842	0,14571	0,15059	0,06722

- Se elabora un diagrama de "fósforos" cuyas alturas representan la probabilidad para los valores que toma la variable aleatoria X.
- Se marca el valor esperado en el diagrama.
- Se determina la probabilidad de que haya, por lo menos, 4 días favorables.



Probabilidad necesaria para la amortización de las inversiones:

$$P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) \approx 0,308 + 0,146 + 0,151 + 0,067 \approx 0,672 \approx 67,2\%$$

Con este porcentaje se puede tomar la decisión de empezar con el proyecto, porque se fijó un porcentaje mínimo de 60%.

4. Referencias bibliográficas

Barbé, J., Espinoza, L., Gellert, U. (2017). El empobrecimiento matemático de las propuestas de enseñanza de Física en los textos oficiales de secundaria. Enseñanza de las ciencias 35(1) 71-88

Bosch, M., Chevallard, Y., García, F. J., & Monhagan, J. (2020). Working with the anthropological theory of the didactic. A comprehensive casebook. Routledge. (Chapters 10, 11, 12, 13).

Brousseau, G. (1997). Theory of didactical situations in mathematics. Didactique des mathématiques, 1970-1990 (N. Balacheff, R. Sutherland, & V. Warfield Trans. & Eds.). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Brousseau, G. (1999). Educación y didáctica de las matemáticas. Educación Matemática. México, noviembre de 1999.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique. Recherches en Didactique des Mathématiques 12(1), pp. 73-112.

Chevallard, Y. (2013). Enseñar matemáticas en la sociedad del mañana: alegato a favor de un contraparadigma emergente. Journal of Research in Mathematics Education, 2, 161. 10.17583/redimat.2013.631.

Chevallard, Y. (2015). Teaching Mathematics in tomorrow's society: A case for an oncoming counter paradigm. In S. J. Cho (Ed.), Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education (pp. 173-187). Springer International Publishing.

Chevallard, Y. On using the ATD (2019): Some clarifications and comments. El paradigma del cuestionamiento del mundo en la investigación y en la enseñanza.

Entwistle, N. (2001). Promoting deep learning through teaching and assessment: conceptual frameworks and educational contexts. Paper to be presented at TLRP conference, Leicester, November. University of Edinburgh.

Espinoza, L., Matus, C., Barbé, J., Fuentes, J., & Márquez, F. (2016). Qué y cuánto aprenden de matemáticas los estudiantes de básica con el Método Singapur: evaluación de impacto y de factores incidentes en el aprendizaje, enfatizando en la brecha de género. Calidad en la educación, 45, 90-131. https://dx.doi.org/10.4067/S0718-45652016000200004

Espinoza, L., Barbé, J., Gálvez, G. (2009). Estudio de fenómenos didácticos vinculados a la enseñanza de la aritmética en la educación básica chilena. Enseñanza de las ciencias, 27(2), 157-68, https://raco.cat/index. Php/Ensenanza/article/view/132234

Espinoza, L.; Barbé, J. (2022). Informe técnico para el Programa Matemática en Ruta, CFK- MINEDUC, 2023.

Felmer, P., y Perdomo-Díaz, J. (2017). Un programa de desarrollo profesional docente para un currículo de matemática centrado en las habilidades: la resolución de problemas como eje articulador. Educación matemática, 29(1), 201-217.

Halmos, P. R. (1980) The heart of mathematics. American Mathematical Monthly, 87, 519-524.

Kleiner, I. (1986). Famous problems in mathematics: An outline of a course. For the Learning of Mathematics, 6(1), 31-38.

MINEDUC. (2012). Bases curriculares 1° a 6° básico. Chile.

MINEDUC. (2015). Bases curriculares 7° básico a 2° medio. Chile.

Pérez, J. (2021). El uso de la plataforma Khan Academy en el área de matemática, Centro Sur. Recuperado a partir de https://www.centrosureditorial.com/index.php/revista/article/view/133

Rodríguez, J., Light, D., & Pierson, E. (2014). Khan Academy en aulas chilenas: innovar en la enseñanza e incrementar la participación de los estudiantes en matemática. Recuperado de https://www.oas.org/cotep/GetAttach.aspx?lang=es&cId=1845&aid=2342

Vergnaud, G. (2009) The Theory of Conceptual Fields. Human Development, 52(2), 83-94.

Vidal-Szabó, P., y Pizarro-Canales, A. (2021). La importancia de la tarea matemática y su gestión en el aula. En A. Pizarro-Canales, C. Caamaño-Espinoza y M. C. Brieba Brieba (Eds.), Didáctica de la Matemática para primer Ciclo de Educación Básica: Aportes a la Formación Continua de Profesores, Tomo I (pp. 10-29). Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

PLAN DE
REACTIVACIÓN EDUCATIVA
seamos Comunidad